電波天文学と観測

井上 優貴
岡山大学 理学部 物理学科

平成 21 年 11 月 16 日

1　はじめに

天文学と言えば星空の観測を連想する人が多いかもしれない．確かに, ケプラーの３法則をはじめとする力学の諸法則は天体の観測がもたらしたものと言っても過言ではない．しかし, ケプラーにしても, ニュートンにしても天体の観測はあくまで可視光の観測であった.

しかし, 第二次世界大戦の渦中, ドイツの通信技術者であったカール・ジャンスキーの発見により天文学は新たな局面をむかえる．電波天文学の起こりである. 電波天文学は現在の物理学に大きな影響を与えた. 電波銀河の発見, マイクロ波背景放射の発見, パルサーの発見などがその例である.

今回は電波天文学を考える上で重要な, 放射輸送の基礎と黒体放射の原理について学んだ後, 天体における電波の放射機構について考えたいと思う．なお, テキストに記述された内容は, 初年度の学部生や他の分野を専攻していている学生には敷居が高く映るかも知れない. 特別講義では, １回生にもわかる様にかみ砕いて説明を行う予定である．これは, 何を読む上でも言えることであるが, 部分的に困難であっても, 一通り目を通すことをお勧めする.

2　放射輸送の基礎

可視光にしても, 電波にしても宇宙から届く電磁波を検出すると言う事に変わりは無い. したがって, 天文学の理解を深めるためには電磁波の振る舞いに対する理解が必要不可欠である. ここで, 電磁波の振る舞いとして記述する枠組みを ”放射輸送 ”と呼び, 天文学についての理解を深めるための基礎を与える. この章では, 放射輸送の基礎について学ぶ.

2.1　エネルギーフラックス

肉眼で星を観測するとき, 私たちは星の明るさをひとつの基準としている. さらに, シリウスが１等星であると言うような明るさの指標も持ち合わせている．しかし, 私たちが目視できるのはあくまで可視光の領域であるので, 一般に放射される電磁波にこの様な定義を用いるのは不十分である．この一般的な電磁波に対する明るさに対する指標として, エネルギーフラックスを導入する. エネルギーフラックス $F[\mathrm{Js^{-1}m^{-2}}] = [\mathrm{Wm^{-2}}]$ とは「単位時間当たりに単位面積を通過する電磁波の持つ全エネルギー」と定義される物理量である．したがって, 時間 dt の間に面素 dA を通過する電磁波の全エネルギーは

$$E = FdAdt \tag{1}$$

で表される.

2.2　エネルギーフラックス密度

実際に観測される電磁波は, 周波数成分のうちの一部であることが多い．そこで, ここでは周波数依存性をとりあげ, エネルギーフラックス密度を考える. エネルギーフラックスの説明から, エネルギーフラックス密度とは周波数を考慮に入れた見掛けの明るさと考えることができる．すなわち,「時間 dt あたり面素 dA を

通過する電磁波のうち, 周波数 $[\nu, \nu + d\nu]$ の範囲に含まれるエネルギーが $F_\nu d\nu dAdt$ となるとき, この F_ν を ν におけるエネルギーフラックス密度」と定義する. エネルギーフラックス F との関係は $F = \int_0^\infty F_\nu d\nu$ として与えられる. 単位は、宇宙電波をはじめて観測したカールジャンスキーにちなんで [Jy] をもちいる。$1\mathrm{Jy} = 10^{-26}\mathrm{Wm^{-2}Hz^{-1}}$] である。

2.3 強度

私たちは,電磁波の振る舞いを一般的に記述するため, エネルギーフラックス及びエネルギーフラックス密度について考えた. ここでは, 強度の概念について学ぶ. 時間 dt あたり, 面素 dA を通過する電磁波の内,dA の垂線から立体角 $d\Omega$ の範囲へ進む光が $[\nu, \nu + d\nu]$ で運ぶエネルギーは $I_\nu(\theta, \phi)d\Omega d\nu dAdt$ とかける (図 1). この $I_\nu(\theta, \phi)$ を ν における強度, あるいは輝度と定義する. また,F_ν との関係は

$$F_\nu = \int I_\nu(\theta, \phi) cos\theta d\Omega \tag{2}$$

である.I_ν の定義式より単位は $[\mathrm{Wm^{-2}Hz^{-1}str^{-1}}]$ である.

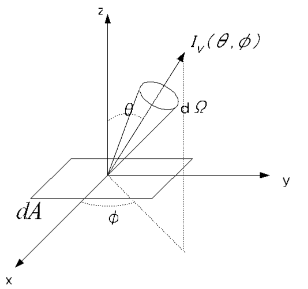

図 1: 強度の関係

2.4 運動量フラックスとエネルギー密度

I_ν を用いて,電磁波が担う運動量やエネルギー密度を周波数成分で記述できる. 面素 dA に対する単位周波数あたりの運動量フラックス p_ν は,

$$p_\nu = \frac{1}{c}\int I_\nu(\theta, \phi) cos^2\theta d\Omega \tag{3}$$

で表される. よって, 全運動量フラックスは $p = \int p_\nu d\nu$ で与えられる.

次に, 電磁波の持つエネルギー密度を考えよう. 輝度の定義式より,

$$\begin{aligned} I_\nu(\theta, \phi)d\Omega d\nu dAdt &= \left(\frac{I_\nu(\theta, \phi)}{c}\right) d\Omega d\nu dA(cdt) \\ &\equiv u_\nu(\theta, \phi)d\Omega d\nu dA(cdt) \quad (4) \end{aligned}$$

を得る.c は光速である。この $u_{\nu(\theta,\phi)}$ を立体角で積分すると単位周波数あたりのエネルギー密度

$$u_\nu = \int_{4\pi} u_\nu(\theta, \phi)d\Omega = \frac{1}{c}\int_{4\pi} I_\nu(\theta, \phi)d\Omega \tag{5}$$

を得る.u_ν の単位は $[\mathrm{Jm^{-3}Hz^{-1}}]$ である. したがって, エネルギー密度は,$u = \int_0^\infty u_\nu d\nu$ で導かれる.

3 黒体放射

3.1 黒体放射

一定の温度に保たれた物体を考えよう. この様な, 物体からは熱放射が観測される. 例えば, 白熱電球からの放射, 太陽の放射などがあげられる. この熱放射の正体は電磁波である. さらに, この電磁波を調べてみると, 熱放射体は温度に依存しているこが知られている.

１９世紀の終わり頃, 熱放射の問題は物理学上最も重要な問題の一つであった. そして, 世紀末プランクによる量子仮説によって解決の契機を迎えるのである. これはこれで面白い話ではあるが詳しい話はやめるとしよう. ここでは, 熱放射の温度依存性の話を考えたい. 熱放射のエネルギーが, 各々の波長にどう関係するかは, 放射体と表面の性質によって変わるだろう. しかし, あらゆる電磁波をすべて吸収する物体があるとすると, そこからの放射は完全に温度によって決められる.

ここで, 入射した電磁波をすべて吸収する物体のことを黒体と定義する. では, 実際に黒体

がどのように実現されるのかを, 小孔の開いた断熱容器に光子が入射した場合で考えよう．小孔から入った光子は, 壁を繰り返し反射する. この過程を繰り返すと, 光子はやがてエネルギーを失い, 壁に吸収されてしまうだろう．これは, 電磁波をすべて吸収することから黒体と考えることができる.

ここで, 温度 T に保たれ, かつ熱平衡状態にある容器を考えよう. 当然, この容器に対して入射した光子も同様のプロセスを経て壁に吸収されるだろう．しかし, ここで一つの疑問が生じる. すなわち, 小孔から入射した光子が壁に吸収されてしまうのであれば, 容器のエネルギーは増大する一方なのではないかと言う主張である. 容器のエネルギーが増加すれば, 熱平衡状態は破られて容器の温度はどんどん上昇していくはずである. しかし, こんなことは実際には起こりえない．熱平衡状態を実現するには, 入射エネルギーに相当するエネルギーを放出しないといけない. 実際に, 容器の壁に光子が吸収されると同時に壁から光子が放出され小孔から漏れでている．このように, 黒体自身と電磁波との間に熱平衡が成り立つときに放出される電磁波のことを黒体放射と呼ぶ.

3.2　プランクの放射式

私たちは, この黒体放射における放射強度に興味がある. なぜなら, 実際に観測される量は放射強度の変化だからである．そこで, 黒体放射の周波数依存について考える. いま, 黒体壁からなる一辺 L の立方体中に電磁波が満ちた状態を考える. このとき, 電磁波は $n_i(i=1,2,3)$ を整数として,

$$n_i\left(\frac{2\pi}{k_i}\right)=L \tag{6}$$

の固定端の波として存在する. ここで,$k=(k_1,k_2,k_3)$ は波数ベクトルである．次に,$d^3k=dk_1dk_2dk_3$ に含まれる波数ベクトルの状態数を考えよう. (6) 式から Δn_i を考えると,

$$\Delta n_1\Delta n_2\Delta n_3=\frac{L^3}{(2\pi)^3}d^3k \tag{7}$$

が示される．電磁波は横波であり, 二つの偏光状態がある事を考慮すると,(7) 式から単位体積, 単位波数空間あたりの状態数は $\frac{2}{(2\pi)^3}$ となる.

一方で, 波数ベクトルの微小空間は $d^3k=k^2dkd\Omega=\frac{(2\pi)^3\nu^2}{c^3}d\nu d\Omega$ とあらわされるので, 単位体積, 単位周波数, 単位立体角あたりの状態密度数は,

$$\rho_s(\nu)=\frac{2}{(2\pi)^3}\cdot\frac{(2\pi)^3\nu^2}{c^3}=\frac{2\nu^2}{c^3} \tag{8}$$

となる. 量子論では $\nu=\frac{c}{\lambda}$ のもつエネルギーは離散的である事が知られている。ここで, 統計力学の手法を用いて, エネルギー期待値を求める．エネルギー期待値 $\bar{E}(\nu)$ は $E_n=nh\nu$ を用いて

$$\bar{E}(\nu)=\frac{\sum_{n=0}^{\infty}E_ne^{-\beta E_n}}{\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\beta E_n}}=\frac{h\nu}{\exp\frac{h\nu}{kT}-1} \tag{9}$$

となる. 体積 dV,$[\nu,\nu+d\nu]$ に含まれる放射のうち, 方向 (θ,ϕ) の微小立体角 $d\Omega$ 内に進む電磁波が持つエネルギーが, $u_\nu(\theta,\phi)dVd\nu d\Omega=\rho_s(\nu)\bar{E}\nu dVd\nu d\Omega$ となるので,

$$u_\nu(\theta,\phi)=\frac{2h\nu^3}{c^3}\left[\exp\frac{h\nu}{kT}-1\right]^{-1} \tag{10}$$

を得る. 式 (4) より, 式 (10) を強度に変換して, 等方放射として $B_\nu(T)$ とかくと,

$$B_\nu(T)=\frac{2h\nu^3}{c^2}\left[\exp\frac{h\nu}{kT}-1\right]^{-1} \tag{11}$$

を得る. ここに, プランクの放射式が得られた. この式を, 単位波長あたりでの強度であらわすと

$$B_\lambda(T)=\frac{2hc^2}{\lambda^5}\left[\exp\frac{hc}{\lambda kT}-1\right]^{-1} \tag{12}$$

となる.

演習 1　式 (9),(12) を示せ.

3.3　レイリージーンズ近似とウィーン近似

前章では, プランクの放射式について学んだ. プランクの放射式を示したのが図 2 である．ここ

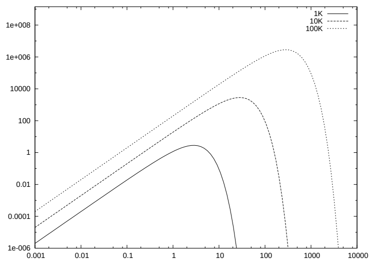

図 2: プランクの放射式 ($h = k = c = 1$ の単位系を用いた)

で, 式 (11) における二つの極限を考える.$h\nu \ll kT$ のとき,$\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}$ であるので,

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2}{c^2} kT = \frac{2kT}{\lambda^2} \tag{13}$$

と近似できる. この関係式をレイリー・ジーンズの近似式という.$h\nu \gg kT$ のとき

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp - \frac{h\nu}{kT} \tag{14}$$

となる. この関係式をウィーンの近似式という.

プランクの放射式は, 二つの近似式および図 2 から $h\nu \approx kT$ で最大値をとることが予想される. 実際のピーク値は

$$h\nu_{max} = 2.82kT \tag{15}$$

となる. この式から ν_{max} が T に比例して増加することがわかった. これを, ウィーンの変位則と言う.

演習 2　式 (11) からウィーン変位則を示せ.

4　電磁波の放射と吸収

ここまでは,「放射輸送の原理」「黒体放射」について考えた. この章では, 実際に宇宙からやって来る電磁波が物体との干渉においてどのように振舞うかを考える. 一般的な物体と黒体とでは性質が異なり, 先ほど考えた概念が一般的に用いることができないのは明らかである. では, 先ほど学んだ黒体放射の概念をどのように観測に用いるのかを考えよう.

4.1　放射輸送の式

物質からの放射・吸収によって受ける電磁波の性質について考えよう. 物体から放出される放射量は, 通過する物質の量に比例するはずである. したがって, 比例定数として放射率 ϵ_ν を用いて, 微小区間 ds 進んだときの強度変化 dI_ν は

$$dI_\nu = \epsilon_\nu ds \tag{16}$$

とあらわせる. 放射率 ϵ_ν は「一定量の物質が一定量の周波数 ν を放出する能力を表す指標」を意味する物理量である.

一方で, 物体に吸収される割合は, 放射と同様に通過する物質の量に比例するはずである. 変位 ds における吸収の割合を $\frac{dI_\nu}{I_\nu}$ として, その比例係数を $-\kappa_\nu$ とすると,

$$dI_\nu = -\kappa_\nu I_\nu ds \tag{17}$$

となる.κ_ν は吸収係数と呼ばれる物理量で「一定量の物質が周波数 ν の放射をどれだけ吸収するかを表した指標」を意味する. 実際はどちらも起こるので, 二つをあわせて,

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \epsilon_\nu - \kappa_\nu I_\nu \tag{18}$$

となり, 放射輸送の式を得る.

4.2　キルヒホッフの法則

物質の放射と吸収がつりあっている状態について考えよう. すなわち, 式 (18) の左辺を 0 して,

$$I_\nu = \left(\frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu}\right) = S_\nu \tag{19}$$

を得る. この,S_ν を源泉関数と呼ぶ. この物質と黒体放射とが熱平衡状態にあるとき, 物質の有無に関わらず, 黒体放射と同様の性質をしめす. よって, 源泉関数は

$$S_\nu = B_\nu(T) \tag{20}$$

であらわされる. これを, キルヒホッフの法則と言う.

4.3 一様物質中の放射の振る舞い

ここでは, さらに一般化して ϵ_ν と κ_ν が一定である物質について考えよう. ここで,$d\tau_\nu = \kappa_\nu ds$ なる変数変換を行い, 式 (18) を書き直すと,

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \tag{21}$$

となる.$S_\nu = const$ のとき, その解は

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \tag{22}$$

である.$d\tau_\nu = \kappa_\nu ds$ から,τ_ν は

$$\tau_\nu(L) = \int_0^L \kappa_\nu ds \tag{23}$$

となる.$s = L$ での光学的厚みと呼ぶ. 温度 T で熱平衡状態にあるとき, 式 (20) より

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T)(1 - e^{-\tau_\nu}) \tag{24}$$

となる. この式から,$\tau_\nu \gg 1$ のとき通常の物質でも黒体として振舞うことがわかる.

問 3 (21) の微分方程式を解き (22) を示せ.

5 天体における電波の放射機構

遠くの天体の様子を知るためには, 私たちは電磁波という手がかりを用いて観測しなくてはならない. そのためには, 天体からの放射機構を考えることは重要であろう. ここでは, 電波天文学における星間物質の観測で重要な, 3つの連続スペクトルについて紹介する.

5.1 固体微粒子の熱放射

１つ目は, 固体微粒子の熱放射である. 固体微粒子とは宇宙塵, 星間ダストの事であり, これらの観測によって高密度な分子雲や原始惑星系円盤の構造を探ることができる. 実際の感想では, 電波領域からの放射の場合, 光学的に薄い ($\tau_\nu \ll 1$) 場合がほとんどである. したがって, 光学的に薄い場合を考えると固体微粒子が熱平衡状態にある場合, 観測される電波強度 I_ν は (24) 式から

$$I_\nu = B_\nu(T)(1 - e^{-\tau_\nu}) \approx \tau_\nu B_\nu(T) \tag{25}$$

となる. 単位質量あたりの吸収係数を $\kappa_{\rho\nu}$ と表すとすると, 光学的な厚みは式 (23) の定義から

$$\tau_\nu = \int \rho\kappa_{\rho\nu} ds = \kappa_{\rho\nu}\int \rho ds \tag{26}$$

となる. 右辺の積分は柱密度に対応している. よって, 光学的厚みが柱密度に対応している事がわかり, この関係を用いると, 式 (25) は

$$I_\nu = \kappa_{\rho\nu}B_\nu(T)\int \rho ds \tag{27}$$

となる. 実際の観測では, 強度 I_ν ではなく, エネルギーフラックス密度 F_ν を観測する場合が多い. このとき, エネルギーフラックス密度は式（２）から, 式（２７）を立体角で積分して,

$$\begin{aligned} F_\nu &= \int I_\nu \cos\theta d\Omega \\ &\approx \int I_\nu d\Omega \\ &= \kappa_{\rho\nu}B_\nu(T)\{\int\left(\int \rho ds\right)\frac{dA}{D^2}\} \end{aligned} \tag{28}$$

となる. ここで,D は天体までの距離,$\int dA$ はその天体の断面積で積分していることを示す. したがって,$\int\int \rho ds dA = \int \rho dV$ は星間物質の全質量である. これを M_d とおくと,

$$F_\nu = \frac{\kappa_{\rho\nu}B_\nu(T)M_d}{D^2} \tag{29}$$

となる. この式は観測から星間物質の様子を知る手がかりとなる. 固体微粒子のまでの距離と温度が与えられたとき, 放射のフラックス密度から $\kappa_{\rho\nu}$ を用いて, その全質量を知ることができる. よって私たちは, 電磁波から星間物質の様子を知ることができたのである.

5.2 プラズマからの熱的制動放射

宇宙における熱放射電波源について考えよう. 星間空間の H_{II} 領域（電離水素領域）では, 青白巨星の放つ強力な紫外線によって完全に電離

された高温プラズマ雲が存在する．宇宙の組成に目を向けると, 重量比で 87% が水素で, 次いでヘリウム約 13% を占める．この組成は, 星の内部を除いてほぼどこでも同じであることが知られている．したがって, 水素における電離ガスを考察の対称にすれば十分である．さて, 水素プラズマにおける電磁波放出を考えよう．この過程は大きく分けて 3 つ考えられるだろう．つまり, 電子-電子, 陽子-陽子, 電子-陽子の反応である．前の二つは, この場合無視する事が出来る．なぜなら, 宇宙空間の星間プラズマは極めて希薄であることが多いからである．したがって, 私たちは電子-陽子に関する双極子放射のみを考えればよい．図 3 の様に電子の運動について考えるとする．すなわち, 衝突パラメータ b, 無限遠での相対速度を v で入射するとする．すると, 電子は陽子とのクーロン相互作用によって軌道が曲げられ, その際の双極子モーメントの変化に対応した電磁波が放出される．このとき, 電子が陽子に捕らえられると線スペクトルを放出する．この問題はここでは扱わないものとする．一方で, 衝突後も電子が自由状態であれば放出されるスペクトルは連続スペクトルとなる．これは, 連続的なエネルギー状態の中の二つの状態間で遷移が行われた結果である．この放射のことを, 制動放射と言う．制動放射は電磁気で

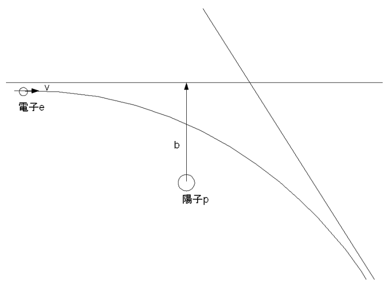

図 3: 陽子と電子の自由-自由遷移

いう双極子放射である．したがって, 制動放射の全放射強度は, 電気双極子ベクトル $\mathbf{d} = \sum q_i \mathbf{r}_i$ を用いて

$$I = \frac{2}{3c^2}\ddot{\mathbf{d}}^2 \tag{30}$$

であたえられる．ここで, フーリエ級数における一般公式

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon^2 dt &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\epsilon_\nu|^2 d\nu \\ &= 4\pi \int_{0}^{+\infty} |\epsilon_\nu|^2 d\nu \end{aligned} \tag{31}$$

によって, 双極子放射における放射エネルギー ϵ のフーリエ成分 ϵ_ν は (30) の $\ddot{\mathbf{d}}$ をそのフーリエ成分 $\ddot{\mathbf{d}}_\nu$ でおきかえ,4π を掛けることによって得られる．よって,

$$d\epsilon_\nu = \frac{8\pi}{3c^3}\ddot{\mathbf{d}}_\nu{}^2 d\nu \tag{32}$$

となり,$\ddot{\mathbf{d}}_\nu = -4\pi^2\nu^2\mathbf{d}_\nu$ から,

$$d\epsilon_\nu = \frac{128\pi^5\nu^4e^2}{3c^3}\mathbf{d}_\nu{}^2 d\nu \tag{33}$$

を得る．したがって, この系の各周波数における放射強度を求める為には, 陽子に対する電子のフーリエ成分 (x_ν, y_ν) を求めればよい．よって,

$$d\epsilon_\nu = \frac{128\pi^5\nu^4e^2}{3c^3}(|x_\nu|^2 + |y_\nu|^2)d\nu \tag{34}$$

と書き換えられる．衝突パラメータについて平均化された電子が周波数範囲 $[\nu, \nu + d\nu]$ において放出されるエネルギー $d\chi_\nu$ は

$$d\chi_\nu = \int_0^\infty d\epsilon_\nu 2\pi b db \tag{35}$$

となる．低周波数 $\nu \gg \frac{mv^3}{2\pi e^2}$ では

$$d\chi_\nu = \frac{32\pi e^6}{3v^2c^3m^2}\ln\left(\frac{mv^3}{\pi\gamma e^2\nu}\right)d\nu \tag{36}$$

となる．ここで,$\gamma = e^c = 1.7807$ である．さて, プラズマ中の陽子および電子の数密度を N_p, N_e とし,$g_{ff} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\ln\left(\frac{mv^2}{\pi\gamma e^2\nu}\right)$ とおいて g_{ff} ガウント因子とよぼう．衝突パラメータで平均化された式 (36) に数密度 N_p と N_e に v を乗じたものを,v について積分すれば $[\nu, \nu + d\nu]$ に含まれる単位体積あたりの放射率 $\epsilon_\nu d\nu$ が得られる．したがって, まず, ある一定速度 v で入射する数密度 N_e の電子からの単位周波数あたりの放射率を書き下し,

$$\epsilon_{\nu,v} = \frac{32\pi^2e^6}{3\sqrt{3}c^3m^2v}N_eN_pg_{ff} \tag{37}$$

となる. この式を, 速度 v で積分するのであるが, プラズマが熱平衡状態にある場合は,v にマクスウェル分布を適用すればよい. マクスウェル分布を用いると,

$$\epsilon_\nu = \frac{\int \epsilon_{\nu,v} 4\pi \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv}{\int 4\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv} \tag{38}$$

が得られる. これを計算すると, 体積あたりの熱放射率は

$$\begin{aligned}\epsilon_\nu &= \frac{2^{7/2}\pi^{1/2}e^6}{3^{3/2}m^{3/2}c^3(kT)^{1/2}} N_e N_p \bar{g}_{ff} \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right) \\ &= 5.44\times10^{-39} N_e N_p T^{-1/2} \bar{g}_{ff} \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right)\end{aligned} \tag{39}$$

一方, 吸収係数 κ_ν は

$$\kappa_\nu = 1.77 \times 10^{-2} N_e N_p T^{-3/2} \nu^{-2} \bar{g}_{ff} \tag{40}$$

で与えられる. 吸収係数がわかると, 光学的厚みを決めることができる.

ここで, 光学的厚みは

$$\tau_\nu = 5.46 \times 10^{16} \frac{EM}{T^{3/2}\nu^2} \bar{g}_{ff} \tag{41}$$

で与えられる.H_{II} では $N_e \approx N_p$ となり,H_{II} 領域の奥行きを L としたとき,$EM \approx N_e^2 L$ と近似的における事が知られている. この,EM をエミッションメジャーと言う.

この値から式 (14)（24）を用いて, 電離水素領域を観測したときの電波強度を考えよう. 温度が一定の場合は周波数が高くなるほど, 周波数が一定の場合は温度が高くなるほど光学的厚みが減少する. そこで電波強度は, レイリージーンズ近似から

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T \left[1 - \exp(-\tau_\nu)\right] \tag{42}$$

と表わせる. 光学的厚みが薄い場合 ($\tau \ll 1$)

$$I_\nu \approx \frac{2k\nu^2}{c^2} \tau_\nu T \tag{43}$$

となる. 一方で, 光学的に厚い場合（$\tau \gg 1$）

$$I_\nu \approx \frac{2k\nu^2}{c^2} T \tag{44}$$

となる.

5.3 シンクロトロン放射

最後に, シンクロトロン放射について考えよう. シンクロトロン放射は前述の熱的制動放射とは放射機構が異なり, 非熱的な電波の放射である. 電波天文学では, このシンクロトロン放射の観測で超新星残骸や電波銀河, クェーサーなどが観測されるなど重大な発見が相次いだ.

ここでは, シンクロトロン放射がどのようにして起こるのかを考えよう. 星間空間に磁場 B がかかっていたとする. このとき, 星間物質を通過する電子に磁場の影響でローレンツ力

$$F = \left(-\frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right) \tag{45}$$

が働き, 電子の速度ベクトルに垂直な方向に軌道が曲げられる. このときに, 磁場と垂直な方向に放出される電磁波がシンクロトロン放射である. このとき, 光速 c に比べて電子の速度 v が十

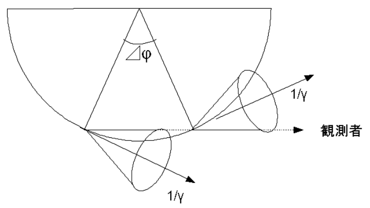

図 4: 回転する相対論的電子からの放射

分小さいと, サイクロトロン周波数を基本周波数とした, 整数倍の周波数からなる線スペクトルがサイクロトロン放射として放出される. しかし, 電子の速度が光速に近くなるにつれて線スペクトルの間隔が短くなり, 連続スペクトルを放出する.

次に, シンクロトロン放射の特徴について考えたい. まず, 問題を簡単にするため磁場中を通過する一個の電子について考察する. 先ほども申し上げたとおり, z 軸を磁場方向にとると電子にはローレンツ力が働く. この様な, 運動方程式を解くと $x-y$ 平面では円運動,z 軸方向には等速度運動をすることがわかり, 電子は螺旋軌道を描く. 磁場と放射方向のなす角を θ とすると, 電子の螺旋回転周波数 ν_g と回転半径は r_g

は

$$\nu_g = \frac{eBsin\theta}{2\pi mc} \tag{46}$$

$$r_g = \frac{vsin\theta}{2\pi\nu_g} \tag{47}$$

であたえられる. ここで,v を光速度に近づけると, 相対論的効果により, 電子の有効質量は $m\gamma$ となる. ここで,$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ である. したがって, サイクロトロン周波数 ν_s は,

$$\nu_s = \frac{eBsin\theta}{2\pi\gamma mc} = \frac{\nu_g}{\gamma} \tag{48}$$

となる. また, 相対論の効果により電子は頂角 $\frac{1}{\gamma}$ 内に鋭く収束したビームを持つ（図 4）. したがって, 観測者からみると, 電磁波は周期的なパルス波となる. パルスの周期は螺旋回転の周期と一致する. したがって,

$$\tau = \frac{1}{\nu_s} = \frac{2\pi\gamma mc}{eBsin\theta} \tag{49}$$

となる. 相対論的な効果により, 実際パルスを見ている観測者の時間幅 Δt は短くなる. この時間幅は

$$\Delta t \approx \frac{mc}{eB\sin\theta\gamma^2} \tag{50}$$

となる. 周波数スペクトルはこの波形をフーリエ変換したものである. フーリエ変換すると幅 Δt のパルス幅は $\frac{1}{\Delta t}$ の周波数幅で減衰する関数となる. この値に,$\frac{3}{4\pi}$ をかけたものをシンクロトロンの臨海周波数

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi}\frac{e\gamma^2 B\sin\theta}{mc} \tag{51}$$

と呼ぶ.

ここで, シンクロトロン放射強度の周波数スペクトル $P(\nu)$ は

$$P(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 Bsin\theta}{mc^2}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} K_{\frac{5}{3}}(\xi)d\xi \tag{52}$$

となる事が知られている. ここで,$K_{\frac{5}{3}}(\xi)$ は変形ベッセル級数である. ここでピーク位置は $0.29\nu_c$ となる.

ここまでは, 一個の電子について考えた. 実際の天体からのシンクロトロン放射は, 高エネルギー電子の集団から放射される. 実際のデータと比較するためには電子集団のエネルギー分布を考慮に入れなければならない. 相対論的電子エネルギー分布を考慮に入れて考える必要がある. ここで, エネルギー分布はエネルギー E のべき乗で表され,

$$N(E)dE = CE^{-p}dE \tag{53}$$

となる. ここで,$N(E)$ はエネルギー幅 $[E-\frac{1}{2}dE, E+\frac{1}{2}dE]$ に存在する電子数である. このとき, この相対論的電子の集団から放射されるシンクロトロン放射のフラックス密度 S の周波数分布は,

$$S \propto \nu^{-\frac{p-1}{2}} \tag{54}$$

となることが知られている.

演習 4　式 (46)(47) を実際に運動方程式を解くことにより求めよ.

6　おわりに

ここまで, 電波天文学における基礎概念である放射輸送, 黒体放射, また, 実際に天体から発生する電磁波の放射機構を学んだ. 実際の電波天文学ではアンテナや受信機などの問題もあるがここでは省略した. セミナー当日も, この範囲を歴史的背景から追ってかみ砕いて発表する予定である. 初めて, 物理に触れる方には難解な部分も多いと思うが, 大体の流れがわかっていただけたらと思う.

参考文献

[1] 中井正直・坪井昌人・福井康雄 [編]. シリーズ現代の天文学１６『宇宙の観測　- 電波天文学』.2009, 日本評論社.

[2] 赤羽賢司・海部宣男・田原博人. 宇宙電波天文学.1988, 共立出版株式会社.

[3] 久保亮五. 統計力学.1952, 共立出版社.

[4] 砂川重信. 理論電磁気学.1999, 紀伊国屋書店.