

第3回数物セミナー advanced 班紹介

数物セミナー advanced 数学教務 物理教務

2023年6月9日

はじめに

ここでは第3回数物セミナー advanced におけるリレーセミナー班の候補となる分野を紹介しています。この合宿では数物セミナー合同合宿よりも発展的な内容を取り扱うセミナーとなります。参加する班の分野について、基礎的な事項は理解している上でリレーセミナーを行います。分野の内容の認識や参加者のセミナーに期待する内容の大きなずれなどを避けるためにご参照ください。

参加申し込みフォームについて

- ご専門をお書きいただく欄があります。ここに登場しない分野でも、専門とされる方が複数人いらっしゃった場合、新規に班を創設する可能性があります。
- 学びたい内容についての自由記述欄がございますので、特にこのようなことをしたいということがありましたら是非書いてください。班分けするときの参考にします。
- 過去に勉強をした分野を回答する箇所がありますので、そちらもご記入をお願いします。前提知識を元に、参加者の選考をする場合があります。

班の決定後、同じ班のメンバーと相談して教科書やリレーセミナーで取り扱う範囲を決めていただきます。分野に応じてセミナーの形式をこちらから提案させていただいております。参考にさせていただけると幸いです。もちろんその通りにしなくても構いませんので、どうぞ班のメンバーでご相談ください。2泊3日のセミナーですのでくれぐれも時間にはお気を付けください。未筆ではございますが、ご参加をお待ちしております。

数学

【代数学】

- 代数幾何

概要

多項式の零点で定義される代数多様体について考察する分野. モチーフ, 代数的サイクル, 正標数の代数幾何などがある.

前提知識

R. ハーツホーン「代数幾何学 1」程度

- 表現論

概要

代数的構造を線形空間/加群上に実現する「表現」について考察する分野. リー群, 量子群, 代数群, 叢などの表現論がある.

前提知識

Humphreys "Introduction to Lie Algebras and Representation Theory" と小林俊之、大島利雄「リー群と表現論」程度

- 数論

概要

言わずもがな数について考察する分野. 解析的数論, 代数的数論, 数論幾何などがある.

前提知識

ノイキルヒ「代数的整数論」程度

- 離散数学/組み合わせ論

概要

離散的な対象を扱う分野. 非常に幅広いがマトロイド, ラムゼー理論などがある.

前提知識

グラフ理論についての初歩的な知識

【幾何学】

- 代数トポロジー

概要

位相空間に代数的な不変量を対応させて考察する分野. K 理論, コボルディズムなどがある.

前提知識

Hatcher "Algebraic Topology" 程度

- 微分幾何

概要

多様体の上の微積分を考察する分野. シンプレクティック幾何, 複素幾何など.

前提知識

小林昭七「接続の微分幾何とゲージ理論」程度

【解析学】

- 偏微分方程式

概要

偏微分を含む方程式について考察する分野. 熱方程式や反応拡散方程式のように物理現象のモデルとして頻出.

前提知識

金子晃「偏微分方程式入門」程度

- 関数解析/作用素環

概要

関数のなす線形空間, すなわち関数空間やその上の作用素について考察する分野. C^* 環やフォンノイマン環などがある.

前提知識

黒田成俊「関数解析」程度

- 力学系

概要

時間経過に伴う系の時間発展を考察する分野. カオス, エルゴード理論などがある.

前提知識

ハーシュ他「力学系入門」程度

- 複素解析

概要

複素変数や複素数値の関数について考察する分野. 多変数複素関数論, 保形関数などがある.

前提知識

アールフォルス「複素解析」程度

【その他】

- 圏論

概要

数学的対象を別の対象との関係の中で捉える圏について考察する分野. 豊稜圏, 高次圏, トポスなど.

前提知識

マックレーン「圏論の基礎」程度

- 基礎論

概要

数学自体の構造について考察する分野. 型理論やモデル理論などがある.

前提知識

鹿島亮「数理論理学」程度

- 応用数学

概要

現実世界への応用に数学を用いる分野. 本来は非常に幅広いが参加者の興味が極端に分散することを防ぐため, 今回は経済数学で募集をする. 数理ファイナンス, 社会的選択理論など.

物理学

専門性の高い分野や、班員の専門分野ややりたい分野が分散している場合などでは、オムニバス形式を採用して、班員各員が各々発表したいことを発表して、知見を広め合うことを推奨する。

学部での物理の知識を前提知識とし、その上で特に必要な専門的な知識を各分野の前提知識として紹介している。本合宿ではより専門的な内容に関して扱うため、この前提知識だけで各班で扱われる内容全てを理解できることを意味しない。

【素粒子・原子核・宇宙】

● 素粒子論

この世界を形作る素となる素粒子やその素粒子同士の相互作用の性質を幾何学、表現論などのさまざまな数学や対称性を用いて調べる物理学の大きな分野の一つ。今回はフォーマルと現象論の2班を用意する。人数が集まらない場合はこれらの班を融合させて一つの班とするため注意されたい。これらの分野は広範であり、非常に専門性の高いためオムニバス形式を推奨する。

ーフォーマル

この世界に存在する素粒子とその相互作用全てを統一した理論 (ToE) の完成を目指し、現在その第一候補と考えられている弦理論に関して探っていく分野である。ToE として調べられるため、ゲージ理論はもちろんのこと、量子重力理論に関しても扱われる。近年では AdS/CFT 対応と呼ばれる辞書を用いて量子重力理論や強結合の理論を調べるのが主流である。さらに量子情報理論の応用先としてやブラックホールに関する調査、物性への応用など様々な面で注目されている分野である。前提知識には場の量子論を含む学部で学ぶ物理のほぼ全ての分野と高度な幾何学、Lie 代数などの数学が挙げられる。

扱う内容の例

M 理論, 量子重力理論, AdS/CFT 対応, 笠-高柳公式, 超対称共形代数, JT Gravity

ー現象論

ATLAS や Bell II などでのさまざまな実験で得られた結果や宇宙線の観測から得られた結果から考えられる現象について、現在確立されている素粒子標準模型を用いてどのように説明するか、もしくは拡張するべきなのかを探る分野である。宇宙論も扱われており、宇宙のインフレーションの各時期において素粒子がどのようなようであったのかをモデル化し、現在の粒子・反粒子の非対称性がどのようにして生まれたのかなども調べられている。前提知識には場の量子論を含む学部で学ぶ物理のほぼ全ての分野と幾何学、Lie 代数などの数学が挙げられる。

扱う内容の例

標準模型, 小林・益川理論, 大統一理論, レプトジェネシス, 超対称性粒子

● 原子核・ハドロン

原子核を構成する粒子であるクォークや核子の振る舞いを見て、その性質やどのようなハドロンを作ることができるのかを調べる分野である。素粒子論での AdS/CFT 対応、物性理論での超伝導のアナロジー、宇宙に存在するコンパクト天体の一種である中性子星なども扱われるなどさまざまな分野と関連性を持つ。前提知識には場の量子論を含む物理のほぼ全ての分野と Lie 代数などの数学の分野が挙げられる。

扱う内容の例

エキゾチックハドロン, クォーク・グルーオン・プラズマ, カラー超伝導, カイラル対称性の破れ, 格子 QCD

● 重力理論

Einstein によって主張された重力の記述方法である一般相対性理論やそれ以前の Newton 重力などさまざまな重力の理論を用いて, 重力の性質や重力に起因する現象を調べる分野である. 現代の素粒子理論で構築されている量子重力理論と辻褃を合わせるなどの目的で一般相対性理論を修正して新たな重力理論を探るなどの方面も研究されている. また, ブラックホール時空についての探究や, 原始ブラックホールの形成理論なども扱われる. 前提知識には一般相対性理論や統計力学などの物理学と, 微分幾何学などの数学が挙げられる.

扱う内容の例

一般相対性理論, 因果律, 修正重力理論, (原始) ブラックホール, 曲がった時空の場の量子論, 重力波, $f(R)$ -Gravity

● 宇宙物理学

私たちの住む太陽系と呼ばれる惑星系の構造から, それを取り囲む銀河, そしてそれが多数に集まる銀河団などの宇宙の内部に存在する構造に関してその成因やプラズマの性質について調べるとても壮大なスケールの物理学の分野である. さまざまな分野とオーバーラップする部分を持ち, 化学や生物, 地学などとの学際的な研究も非常に活発である. 必要最低限の知識としては一般相対性理論を含む学部で学ぶ物理学全てが挙げられる.

扱う内容の例

惑星系形成, 恒星形成, 銀河, ブラックホールジェット, 太陽圏, 核融合, コンパクト天体

【物性】

● 凝縮系固体物理

量子物質を探究する凝縮系物理学は基礎物理的な興味から物質設計のような応用まで, 幅広いモチベーションで研究されている. 凝縮系物理は伝統的な固体物理学から始まり, 超伝導, 超流動, 磁性, 強相関電子系, Atomic, Molecular, and Optical Physics(AMO) といった様々な物理現象が対象となる. 多くの場合は系・現象の本質を捉えた微視的なモデルハミルトニアンから出発することで, 創発現象を解き明かしていくこととなる. 量子多体問題を解くために場の量子論, くりこみ群, 厳密解からトポロジー, 第一原理計算といった様々な手法が発展してきた. この班では班員の興味や知識によって小テーマを決め, セミナーを進めることを推奨する. 前提知識には場の量子論や統計力学などの物理学や位相幾何学などの数学が挙げられる.

扱う内容の例

超伝導, 磁性, AMO, トポロジカル物性

● 統計物理学

物理系の詳細を必要最低限のみ指定し, その物理系が外部に与える影響がどのようなものであるのかを探る分野. その普遍性から非常に多くの物理学の分野に応用されている. この分野では非平衡統計力学から相転移・臨界現象, 情報熱力学などが扱われ, その応用先には化学物理学, 生物物理学から

弦理論までが挙げられる。近年では Parisi のスピングラスのノーベル物理学賞受賞などで、注目されている。前提知識には統計力学などの物理が挙げられる。

扱う内容の例

非平衡統計力学, 相転移・臨界現象, 情報熱力学, スピングラス, 共形場理論

● 量子情報理論

Bell 不等式の破れによって量子もつれ状態が実証されて以降, この量子もつれによって生じる量子相関を使うために bit ではなく qubit を用いた情報理論が構築されてきた。従来の情報理論と同様に, アルゴリズムなどについても調べられ, 量子系自体も未だに研究対象であることから, 量子基礎論に関しても同様に調べられている。量子コンピュータや盗聴不可能である通信である量子通信の開発など実用方面についても活発に研究がなされている。また, 場の理論のシミュレーションとしての応用や, BH の情報喪失問題などのパラドックスの原因解明への応用も考えられている。前提知識には量子力学などの物理学と, 線形代数などの数学が挙げられる。

扱う内容の例

量子コンピュータ, 量子計算, 量子測定, 量子誤り訂正, 量子基礎論, スクランプリング, 量子制御

【学際領域】

● 数理物理学

物理学と数学の両分野が互いの分野に発展を促す学際領域の分野。その成果の一つには物理学におけるゲージ理論と数学における結び目理論との間の関係も挙げられ, 物理学と数学の間で非常に活発な分野である。導来圏や代数幾何学, 場の量子論の数学的定式化である Batalin-Vilkovisky(BV)形式, 熱力学, 弦理論のミラー対称性に関してなどの非常に専門的で広範な数学と物理学を扱う分野であることからオムニバス形式を推奨する。前提知識には物理と数学に関する知識を持っていることを想定している。

扱う内容の例

Batalin-Vilkovisky (BV) 形式, Chern-Simons 理論, ミラー対称性, 代数幾何学, 導来圏, 公理的熱力学

● 化学物理学

化学反応をめぐる分子の反応やその性質についてや分子結晶の構造からその物質がどのような性質を持つのかなどを物理学の知見を用いて調べていく化学と物理の間を繋ぐ学際的な分野である。前提知識には化学と物理両方の基礎的な理解と片方の専門的な理解が求められる。

扱う内容の例

量子化学, 結晶構造, 第一原理計算, 分子軌道, 電子配置, 分子スペクトル, 分子間力, 化学反応

● 地球惑星物理学

地球深部から宇宙空間までを対象とした物理学。人間にとって身近な環境で起こる現象を, 主に古典的な物理学を用いて記述していく。非常に広範な分野であることからオムニバス形式を推奨する。分野によって求められる前提知識は異なるが, 前提として学部3年生程度の物理を理解していることが望ましい。

扱う内容の例

大气海洋科学, 宇宙惑星科学, 固体地球科学