

班紹介

spmAdv5th 教務

2024年7月10日

はじめに

本pdfでは、第5回数物セミナー Advanced におけるRS班(以下、RS班)の候補となる分野を紹介しています。数物セミナー合同合宿よりも発展的な内容を取り扱うセミナーとなります。初学者向けの基礎班を除いて、基礎的な事項は理解している上でRSを行います。分野の内容の認識や参加者のセミナーに期待する内容の大ききずれなどを避けるためにご参照ください。

参加申し込みフォームについて

- 専門を記述していただく欄があります。ここに登場しない分野でも、専門とされる方が複数人いらっしゃった場合、新規に班を創設する可能性があります。また専門を持たない学部生の方は将来的に専門にしたい分野を記述してください。
- 学びたい内容についての自由記述欄がございますので、例えば「AdS/CFT 対応にこのようなことを学びたい」ということがありましたら是非記述してください。班分けするときの参考にします。
- 過去に勉強をした分野を解答する箇所がありますので、そちらもご記載をお願いします。前提知識を元に、参加者の選考をする場合があります。

班の決定後、このpdfを参照して同じ班のメンバーと相談して教科書やRSで取り扱う範囲を決めていただくか、参考にしていただくと幸いです。もちろんその通りにしなくても構いませんので、どうぞ班のメンバーでご相談ください。2泊3日

のセミナーですのでくれぐれも時間にはお気を付けてください。末筆ではございますが、ご参加をお待ちしております。

班について

今年から、班長付き RS 班、班長なし RS 班、初学者向けの基礎班の 3 つの種類に別れて班を募集します。班長付き RS 班は、班長が存在し、班長の決めた本に沿って RS を進めていく班。RS 班は、班長が存在せず、班員の間で話し合って RS の内容 (輪読にするかオムニバスにするかなど) を決めていただく班。初学者向けの基礎班は、人数の関係で第一希望の班が成立しなかった場合に、基礎的な内容の RS をする班になります。基礎班に関しては分野ごとに大雑把に選択肢を分けておりますので、具体的に基礎班で何をしたいかをご記入いただければ幸いです。

1 班の紹介

1.1 班長付き RS 班

表現論

- **教科書:** "Representations of Shifted Yangians and Finite W-algebras" (arXiv:0508003)
- **概要:** 数理論理学において顔を出すヤンギアの表現について論じている。ただし関係式がやや複雑であるため根性が必要かもしれない。
- **前提知識:** 表現論の基礎さえ抑えておけば読めると思われる。

代数幾何

- **教科書:** Martin Olsson, "Algebraic Spaces and Stacks"
- **概要:** 現代の代数幾何において重要なツールとされる stack の教科書である。発起人自身が勉強したいと思っている分野であるため、よりよい教科書・PDF 等があれば適宜変更をする予定である。
- **前提知識:** おそらくハーツホーンがある程度分かっている程度分かっていれば読めると思われる。

注意! 表現論班と代数幾何班は班長が同じのため、どちらか片方のみ班が立ちます

ガロア表現入門

- **教科書:** ガロア表現の基礎 I, II (整数論サマースクール報告集)
- **前提知識:** 『代数的整数論』(ノイキルヒ著)の1章程度の代数的整数論の諸概念に触れていると読みやすいと思われる。表現論については本稿1章にまとめているので心配はない(と思われる)。

Abel 多様体入門

- **教科書:** "A First Course in Modular Forms"(Springer)の6章
- **前提知識:** Riemann 面に関する諸概念(正則微分形式の定義など)や、Hecke 作用素に触れていると読みやすいと思われる。Hecke 作用素に関しては前章にまとまっているので、そこも含めてRSをやってもよい。

注意! ガロア表現班と Abel 多様体入門班は班長が同一のため、どちらか片方のみ班が立ちます

複素幾何学

- **教科書:** Donaldson-Sun, "Gromov-Hausdorff limits of Kahler manifolds and algebraic geometry"
- **概要:** 当該論文は「適切な条件下でのケーラー多様体の極限は正規代数多様体となること」を示した記念碑的論文である。申請者は本論文の輪読を通して、近年爆発的な発展を遂げている当該分野に関する理解を深めることを目指す。
- **前提知識:** 基本的なケーラー幾何学。論文自体にはチーガー・コールディングの理論が用いられるが、事実として用いるだけなので、詳細を理解している必要はない。

1-圏論

- **教科書:**
 - Jiří Adámek and Jiří Rosický, "Locally presentable and accessible categories."

– Michael Makkai and Robert Paré, "Accessible categories."

- **概要:** 局所表示可能圏、到達可能圏の理論について、代数（群や環、圏など）とその準同型が成す圏を持つ "良い性質" として局所表示可能性や到達可能性がある。それらの性質を持つことは、随伴関手定理の主張が単純になるなどの圏論的に良いという側面があり、圏論的普遍代数、圏論的論理学、トポス理論、モデル圏論などの至るところに現れる。また代数学の色々な概念の一般化などを考えることができ、普遍代数やモデル理論などとも関連がある。
- **前提知識:** 基本的な 1-圏論 (Riehl の本などで抑えられている内容) をある程度知っていることが望ましい。また順序数と基数の基本的な性質などについて抑えていると良い。

天体力学

- **教科書:** 「天体力学講義」 C. L. ジーゲル, J. K. モーザー著, 伊藤秀一, 関口昌由訳
- **概要:** 物理学で扱った古典力学を力学系の観点から展開し、三体問題などを扱う。RS では第 1 章をゆるくやる予定。
- **前提知識:** 学部程度（教養課程）の数学があれば十分。特に、線形代数と微積分の知識は必須。

AdS/CFT 対応

- **教科書:** "Gauge/Gravity Duality" (Ammon, Erdmenger)
- **概要:** AdS/CFT 対応の最も基本的な例である $AdS_5 \times S^5$ と $\mathcal{N} = 4$ スーパー対称性共形場理論 (SCFT) の対応関係を題材に、基本的な内容を RS で扱う。本のパート 1 は場の理論、相対論、弦理論の基礎知識がまとめられている。パート 2 は AdS/CFT 対応について扱っている。パート 3 はその応用例について述べられている。RS ではパート 2 の前半（第 5 章、第 6 章）を扱う予定である。
- **前提知識:** 場の理論、一般相対論。弦理論の知識があると内容が理解しやすい。

応用数理（深層学習）

- **教科書:** 甘利俊一, 「深層学習と神経統計力学」
- **概要:** 深層学習が「辻褃合わせ」で上手くいく仕組みを、微分幾何学と統計力学の手法を用いて理論的に明らかにしようと試みた一冊。
- **前提知識:** 深層学習のアルゴリズムがわかっていることは必須。それに加え、微分幾何学、統計力学の知識があれば手法の理解の助けになるが、微積と線形代数の計算ができれば追えないことはない。

数理統計

- **教科書:** A. W. van der Vaart, "Asymptotic Statistics"
- **概要:** 種々の統計量の詳しい性質や、ノン・セミパラメトリックモデルなど、数理統計の発展的な事項を学ぶ。具体的に輪読するトピックは参加者の興味から決めるが、基本的に後半の章の中から選ぶ予定である。
- **前提知識:** 確率論と数理統計に関する基本的な知識

1.2 班長なしRS班

数学

数論

- **概要:** 数について考察する分野。解析的数論、代数的数論、数論幾何などを学ぶ。
- **前提知識:** ノイキルヒ「代数的整数論」程度

表現論

- **概要:** 数学や物理における様々な対象をベクトル空間への作用を用いて調べる分野。
- **前提知識:** 小林俊行・大島利雄「リー群と表現論」など

離散数学/組み合わせ論

- **概要:** 離散的な対象を扱う分野。非常に幅広いがマトロイド、ラムゼー理論などを学ぶ。
- **前提知識:** グラフ理論についての初歩的な知識

代数トポロジー

- **概要:** 位相空間に代数的な不変量を対応させて考察する分野。K理論、コホモロジーなど学ぶ。
- **前提知識:** Hatcher "Algebraic Topology" 程度

低次元トポロジー

- **概要:** 主に4次元以下の多様体について考察する分野。様々なアプローチがあるため、オムニバス形式で発表することを推奨するが、参加者の興味が似通っている場合はテキストを輪読するのも良い。
- **前提知識:** 低次元トポロジーの基礎知識

関数解析/作用素環論

- **概要:** 関数のなす線形空間、すなわち関数空間やその上の作用素について考察する分野。C*環やフォンノイマン環などを学ぶ。
- **前提知識:** 黒田成俊「関数解析」程度

複素解析

- **概要:** 複素変数や複素数値の関数について考察する分野。多変数複素関数論、保形関数などを学ぶ。
- **前提知識:** アールフォルス「複素解析」程度

偏微分方程式

- **概要:** 偏微分を含む方程式について考察する分野。熱方程式や反応拡散方程式のように物理現象のモデルとして頻出する。
- **前提知識:** 金子晃「偏微分方程式入門」程度

確率論

- **概要:** 確率の概念を定式化し、その性質を調べる分野。確率過程、確率微分方程式、ランダム行列などを学ぶ。
- **前提知識:** 舟木直久「確率論」程度

圏論

- **概要:** 数学的対象を別の対象との関係の中で捉える圏について考察する分野。豊穡圏、高次圏、トポスなどを取り扱う。
- **前提知識:** マックレーン「圏論の基礎」程度

基礎論

- **概要:** 数学自体の構造について考察する分野。型理論やモデル理論などがある。
- **前提知識:** 鹿島亮「数理論理学」程度

物理

素粒子論

- **概要:** 物質の最も根本的な要素を探究する分野。超対称性などを導入することで、現在の標準模型からの拡張を目指す現象論や、重力を含む万物の理論の有力な候補である弦理論などがある。量子重力については近年 AdS/CFT 対応が注目されている。
- **前提知識:** 場の量子論など

統計力学

- **概要:** ミクロな構成要素についての知識を、マクロな系の性質についての予言に系統的に変換する方法の構築を目指す分野。固有状態熱化仮説などの基礎付けに関わる話題や、非平衡領域への拡張や情報熱力学、さらには相転移などの現象を扱うこともできる。
- **前提知識:** 熱力学・統計力学

量子情報

- **概要:** 量子論を情報理論的な観点から考察する分野。量子測定・推定についての理論的な扱いや、ベルの不等式の破れなどエンタングルメントについての基礎論的な興味のほか、量子計算や量子通信などの応用が盛んである。
- **前提知識:** 量子論

重力理論

- **概要:** 重力や時空の性質を調べる分野。一般相対論を用いて、時空の構造やブラックホール・重力波の性質について調べる、あるいは一般相対論とは異なる修正重力理論を考えることもできる。
- **前提知識:** 一般相対論

数理物理

- **概要:** 数学を用いて物理学をより厳密かつ体系的に記述することを目指す分野。関数解析・作用素環論による量子力学の厳密な取り扱いや、微分幾何による重力をはじめとした場の理論の解析、トポロジーの物性物理への応用などが挙げられる。
- **前提知識:** 内容によるが、量子論・相対論・微分幾何・関数解析など

物性物理

- **概要:** 固体など物質の性質を量子力学などの物理学を用いて調べる分野。磁性や超伝導、さらにはトポロジカル絶縁体など、様々な性質が現れる。また、光学系や冷却原子気体など固体以外の系を扱うこともできる。
- **前提知識:** 量子力学・統計力学など

宇宙・地球惑星物理

- **概要:** 地球の内部構造から、太陽をはじめとした恒星、星間空間、さらには宇宙そのものを対象とした宇宙論など、宇宙に存在する様々な階層で起こる現象を物理学を用いて調べる分野。
- **前提知識:** 内容によるが、電磁気学・流体力学・特殊相対論など

化学物理学

- **概要:** 化学反応をめぐる分子の反応やその性質について、分子結晶の構造からその物質がどのような性質を持つのかなどを物理学の知見を用いて調べていく分野。
- **前提知識:** 内容によるが、量子力学など

生物物理

- **概要:** 物理学の手法を用いて生命現象の理解を目指す分野。細胞スケールの現象から、脳・神経系、さらには生命システムの普遍的な性質など、様々な階層が対象となる。
- **前提知識:** 内容によるが、古典力学・統計力学など

1.3 初学者向けの基礎班

- 代数 (代数幾何、表現論、数論など)
- 幾何 (代数トポロジー、微分幾何、リーマン幾何など)

- 解析 (偏微分方程式、関数解析、力学系など)
- その他 (圏論、基礎論、応用数学、組み合わせ論など)
- 素粒子、原子核、宇宙 (素粒子論、原子核、ハドロン、重力理論、宇宙物理学など)
- 物性 (凝縮系固体物理, 統計物理学, 量子情報理論など)
- 学際 (数理物理学, 化学物理学, 地球惑星物理学など)