

RS班希望について

数学・物理教務係より

このpdfは、第17回合同合宿でのRS班それぞれの分野紹介を目的としている。これを参考に、自分に合った、そして興味のある分野を選んでいただけると幸いである。自分の前提知識が足りないRS班に入ってしまう、ついていけなくなる人が過去にいた。また、希望は可能な限り通すが、どうしても第2希望(最悪第3希望)にお願いする場合もある。そのあたりをよく吟味していただきたい。

数学分野

代数入門

代数学の基礎である、群論、環論、体論の基本を学ぶ。

重要な基礎知識：なし¹

目安レベル：☆

教科書：雪江明彦『代数学2 環と体とガロア理論』、堀田良之『代数入門-群と加群-』²

数論

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの(代数的整数論や解析的整数論)も可能。

重要な基礎知識：可換代数やガロア理論などがあれば高度なことができるが、なくてもよい。

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書：小野孝『数論序説』、ノイキルヒ『代数的整数論』

¹分野のレベルはあくまで参考です。ほぼ筆者の主観でつけています。

²教科書もあくまで一例ですが、図書館等で一読されることをお勧めします。

体とガロア理論

体の拡大理論とガロア理論を学ぶ。

重要な基礎知識：代数の基礎

目安レベル：☆☆～☆☆☆

教科書：桂利行『代数学3 体とガロア理論』、堀田良之『可換環と体』

代数幾何学

多項式の零点のなす集合の幾何的な性質を、代数学を用いて調べる分野。メンバーの代数幾何に対する知識が十分であれば、専門性を深めてもよい。上級者向け。

重要な基礎知識：可換代数

目安レベル：☆☆☆☆

教科書：マンフォード『代数幾何学講義』、桂利行『代数幾何入門』、(竹内潔『D加群』)

多様体論

局所的にユークリッド空間と見なせる位相空間である多様体と、可微分性といったその持つ性質を学ぶ。多くの幾何学の基礎となっている。

重要な基礎知識：微積分、位相の初歩

目安レベル：☆

教科書：松本幸夫『多様体の基礎』、Warner, "Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups"

微分幾何学

多様体上での微分を用いて、空間の曲がり具合を調べる分野。リーマン幾何学などを学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なものも可能。

重要な基礎知識：多様体

目安レベル：☆☆～☆☆☆

教科書：小林『曲線と曲面の微分幾何』、ミルナー『モース理論(第2章 リーマン幾何への速成コース)』

複素幾何学

リーマン面など複素多様体や、多変数複素関数論を学ぶ。上級者向け

重要な基礎知識：複素関数論、位相幾何学、コホモロジー

目安レベル：☆☆☆☆

教科書：小林昭七『複素幾何』、小平邦彦『複素多様体論』、Forster, "Lectures on Riemann Surfaces"

複素解析

複素平面の領域上で定義された一変数複素関数論。

重要な基礎知識：基礎的な微分積分学

目安レベル：☆

教科書：高橋礼司『複素解析』、アールフォルス『複素解析』、野口潤次郎『複素解析概論』

力学系

時間発展に伴い状態が変化する系を記述するための数学的なモデル、またはそれを扱う理論。抽象化された力学系の理論が適用できる範囲はとて広く、運動方程式はもちろんのこと、時間変化するあらゆる現象を記述するための方程式に対して適用できる。要素間の相互作用を微分方程式で記述するか差分方程式で記述するかによって連続力学系、離散力学系に大別される。

重要な基礎知識：多様体、常微分方程式

目安レベル：☆☆

教科書：スメール他『力学系入門』

関数解析学

特定のクラスの関数からなるベクトル空間にある種の位相構造を定めた関数空間を扱う。様々な関数空間上で積分や微分によって定義される線型作用素の振る舞いを通じた積分方程式や微分方程式の線型代数的取り扱いであり、無限次元ベクトル空間上の線型代数学と捉えられることも多い。

重要な基礎知識：ルベーグ積分論

目安レベル：☆☆☆

教科書：黒田成俊『関数解析』、増田久弥『関数解析』

数理論理学

「数学」の基礎となる「論理」について解析する分野。形式的体系の表現力や形式証明系の演繹の能力などを調べる。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆～☆☆

教科書：鹿島亮『数理論理学』、キューネン『数理基礎論講義』

圏論

圏論とは、数学的対象と数学的対象の間の関係性を統一的に扱うための構造ネットワークの理論である。最も基本的な概念である圏は、対象である点とその間の関係性である矢印からなり、集合の圏、群の圏、線形空間の圏、位相空間の圏など数学におけるさまざまな世界が圏として理解される。さらに圏と圏の間の関係性を担う関手、その関手と関手の間の関係性を担う自然変換は、数学において多く現れ、新たな視点をもたらし、現代数学における基本言語としての地位を確立しつつある。

重要な基礎知識：なし。だが、多様な分野に通じていると具体例や気持ちを理解しやすい。

目安レベル：☆～☆☆☆

参考書：Riehl, "Category theory in context"、レンスター『ベーシック圏論』、梶浦宏成『数物系のための圏論』

数理物理分野

物理学の幾何化

物理学の理論を数学、ひいては幾何学の言葉を用いて定式化を行う。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。14th はシンプレクティック幾何学、15th はソリトンを中心に行われた。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、多様体論など

目安レベル：☆☆☆～

対称性の数理物理

物理学に度々現れる対称性と数学、ひいては代数学との関係を学ぶ。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。14th はリー代数の表現、16th は共形場理論を中心に行われた。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、代数学の基礎など

目安レベル：☆☆☆～

物理分野

解析力学

解析力学は、ニュートン力学を力というある意味トートロジーな概念を使わずに書き直した理論。ラグランジュ形式では、一般化座標で運動方程式が共変になる。ラグランジュ形式に対応して得られるハミルトン形式は、量子

力学の基礎となる。解析力学は、量子力学をはじめとした他分野でも活躍する。数学にも影響を与えていて、シンプレティック幾何学や力学系の一部は解析力学から始まった。

(重要な基礎知識) ニュートン力学など

電磁気学

電磁気学は応用上においても重要で、現代の日常生活を支えている。マックスウェル方程式という単純な基礎方程式だけで、広範な電磁気現象を扱えるのは圧巻である。マックスウェル方程式に備わるローレンツ共変性やゲージ対称性は、特殊相対性理論やゲージ理論へとつながった。

(重要な基礎知識) ベクトル解析、微分方程式など

流体力学

流体力学では、液体や気体といった”流れる”物体の運動を調べる理論である。実用上でも重要な学問で、流体力学なしに航空機の設計や天気予報を行うことはほぼ不可能であろう。一方、数学的にも深い内容を有しており、ソリトンや乱流は数学としても盛んに研究されている。粘性流体について成り立つナビエ-ストークス方程式を解くことはクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題に指定されている。流体力学をマスターした暁には100万ドルが入るかもしれない。

(重要な基礎知識) ベクトル解析、複素関数論、熱力学など

量子力学

量子力学は電子や原子などミクロな系を記述するための物理である。位置、運動量などの物理量は量子論では、抽象的な「状態ベクトル」で表される。物性論、素粒子論などの現代物理学の基礎として重要である。

(重要な基礎知識) 解析力学、微分方程式、線型代数など

統計力学

統計力学とはミクロな物理法則を基にマクロな系の性質を考える学問である。熱力学ではマクロな視点で分子の運動を考えたのに対し、統計力学では分子の運動(ミクロな系の動き)を熱力学と整合性がとれるように決めた確率モデルに当てはめて考える。ここで確率モデルをとることによる厳密性について詳細な議論をする必要はなく、それは統計力学はマクロな経験事実を基盤としていることからわかる。

(重要な基礎知識) 量子力学の基礎、熱力学など

♣ 場の量子論³。

特殊相対性理論のもとでの場を基本変数とする量子力学。場を使うメリットはいくつかあるが、例えば、多体系を自然に表せることや、粒子の生成消滅を扱えることである。素粒子論として重要で、QCD やゲージ理論は場の量子論を基礎としている。物性や原子核、宇宙物理でも場の量子論が基礎として用いられる。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、量子力学、複素解析など

♣ 一般相対性理論

特殊相対性理論を一般化して重力や非慣性系も扱えるようにした理論。ブラックホール、重力波などの現象が導ける。宇宙物理への応用としても重要である。去年直接観測された重力波は現在ホットな話題である。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、多様体など

♣ 生物物理学

生物物理学とは、生体を構成する物質の動的メカニズムを明らかにし、さらに、それらで構成された生体組織の各階層 (スケール) 間をつなぐ原理原則を見出すことによって生命を理解しようという学問分野である。しかし、どのスケールにおいても生物はとても複雑で、それでいて自発的な運動をしている。これをいかに物理 (ないし数学) に落とし込み、普遍性を理解するかが問題となる。しかし、ここ 15 年の間での計算機や実験技術の向上等によりこの分野は急速に進展しており、他の物理分野とは違った面白さがある (メンバー次第だが、オムニバス形式で行う予定)。

(重要な基礎知識) 力学、電磁気学、熱・統計力学など

♣ 量子情報

古典では情報は 2 進数を用いて 1,0 の列で表される。量子論で 2 準位系とみなせる系を qubit とよぶが、qubit は古典系と違い、状態は重ね合わせられる。多体系を用いると大量の重ね合わせが作られるので、効率よく計算ができるといわれている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

(重要な基礎知識) 量子力学など

³♣ は比較的高度なものを表します (物理分野のみ)

物性物理学

物性物理学は、“もの”の性質、その普遍性を、物理学の視点から研究する分野である。その対象は、固体、液体、気体、アモルファス、ソフトマターなど多岐にわたる。また磁性、超伝導、超流動やトポロジカル物性といった話題の多様性も物性物理の魅力の一つである。

(重要な基礎知識) 電磁気学、熱力学、量子力学、統計力学など

計算物理学

計算物理学は、解析的に考えられない問題や人が解くには複雑な問題をコンピューターを用いて計算し理解しようとする分野である。RSでは、実際にコンピューターを用いて計算する、計算方法の理論を勉強する、など自由度の高い班である。

(重要な基礎知識) 特になし (物理の各分野、プログラミングの知識があると良い)