

RS班希望について

数学・物理教務係より

ここでは、主に初めて合同合宿に参加される方や一、二年生に向けて、教務係からのお知らせと、RS班リレーセミナー班の候補となる分野についての簡単な紹介文をのせています。何度も参加されている方は読み飛ばして頂いて構いません。

リレーセミナーの意義は、自分のあまり知らない分野についてその触りを知る機会を設けることと、多様な興味をもった参加者同士で交流を深めあいながら、今まであまり知ることのなかった数学や物理の側面に対し、教養を深めることにあります。勿論、個人によっては専門的な知識を身につけたいと思われている方はいるかもしれませんが、是非とも、面白そうだけどまだ手をつけられていない分野に挑戦してみてください。

ただし、分野の中には前提知識が必要なものもあり、そのうち特に重要と思われるものを下の説明に添えて掲載しました。これらの重要な基礎知識は、参加申し込みの際に必ず必要というわけではありませんが、活発な議論をし実りあるセミナーにするためにも、もし勉強していない場合は参加者同士で前もってオンラインセミナーを行うなどして、合宿前に勉強しておくことが望ましいです。

また、リレーセミナーの時間は限られているため、一分野の内容を完全に習得するのは不可能です。このことを念頭に置いておいてください。

班分けは申し込み締め切り三週間後の内定通知の際に連絡致しますが、第一希望の班に入れるとは限りません。前回は10人以上の方に第二希望以下に移っていただきました。そのことをご了承下さい。(少なくとも第三希望までに入れるように班分けを行うつもりです)

長くなりましたが、この説明文がRS班希望選択の参考になればと思います。無理のない範囲で挑戦的な選択を。

数学分野

代数入門

代数学の基礎である、群論、環論、体論の基本を学ぶ。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆¹

教科書：雪江明彦『代数学 2 環と体とガロア理論』、堀田良之『代数入門-群と加群-』²

可換代数

主に、数論や代数幾何との繋がり大きい可換環論を学ぶ。

重要な基礎知識：代数 (群環体) の基礎

目安レベル：☆☆

教科書：Atiyah Macdonald『可換代数入門』

数論

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの (代数的整数論や解析的整数論) も可能。

重要な基礎知識：可換代数があれば高度なことができるがなくてもよい。

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書：ハーディ『数論入門 I』、ノイキルヒ『代数的整数論』

代数幾何学

多項式の零点のなす集合の幾何的な性質を、代数学を用いて調べる分野。メンバーの代数幾何に対する知識が十分であれば、専門性を深めてもよい。

重要な基礎知識：可換代数

目安レベル：☆☆☆～

教科書：マンフォード『代数幾何学講義』、桂利行『代数幾何入門』

¹分野のレベルはあくまで参考です。ほぼ筆者の主観でつけています。

²教科書もあくまで一例ですが、図書館等で一読されることをお勧めします。

位相空間論

位相空間の性質やその上に定義される構造を研究対象とする位相幾何学の一分野である。現れる位相空間としては病的なものも含めた極めて広範かつ一般のものを扱い、その一般論を形成するのが位相空間論の主目的である。

目安レベル：☆～☆☆

教科書：内田伏一『集合と位相』、兒玉之宏 永見啓応『位相空間論』

代数的トポロジー

位相多様体や位相空間の性質を、代数的手法などを用いて調べる分野。空間を連続変形させたときに保たれる不変量に焦点を当てることが多い。

重要な基礎知識：多様体

目安レベル：☆☆☆

教科書：加藤十吉『位相幾何学』

結び目理論

紐の結び目を数学的に表現し研究する学問で、低次元位相幾何学の1種である。組合せ位相幾何学や代数的位相幾何学とも関連が深い。

重要な基礎知識：代数の基礎、位相幾何学を知っていれば高度なことができるが、なくてもよい。

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書：河内明夫『結び目の理論』

微分方程式論

物理法則を記述する基礎方程式は多くが時間微分、空間微分を含む微分方程式であり、その解法が主に研究されてきた分野。常微分方程式論、あるいは興味に応じて力学系などを学ぶ。

重要な基礎知識：微積分

目安レベル：☆～☆☆

教科書：高野恭一『微分方程式』

力学系

時間発展に伴い状態が変化する系を記述するための数学的なモデル、またはそれを扱う理論。抽象化された力学系の理論が適用できる範囲はとても広く、運動方程式はもちろんのこと、時間変化するあらゆる現象を記述するための方程式に対して適用できる。要素間の相互作用を微分方程式で記述するか差分方程式で記述するかによって連続力学系、離散力学系に大別される。

重要な基礎知識：多様体、常微分方程式

目安レベル：☆☆

教科書：スメール他『力学系入門』

測度論とルベーグ積分

面積、体積、個数といった「大きさ」に関する概念を一般化した測度と、測度を用いてリーマン積分を一般化させたルベーグ積分を学ぶ。測度論は、解析学の諸場面で登場し、確率論や統計学でも用いられる。

重要な基礎知識：微積分

目安レベル：☆

教科書：伊藤清三『ルベーグ積分入門』

公理的集合論

集合とよばれる数学的対象をあつかう数学理論である。現代数学の定式化においては集合論がさまざまな数学的対象を描写する言葉をあたえている。(論理や述語論理とともに) 集合論は数学の公理的な基礎付けをあたえ、数学的な対象を形式的に(無定義語の)「集合」と「帰属関係」によって構成することが可能になる。また、集合論の公理として何を仮定するとどんな体系が得られるか、といった集合それ自体の研究も活発に行われている。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書：キューネン『集合論—独立性証明への案内』

数理論理学

「数学」の基礎となる「論理」について解析する分野。形式的体系の表現力や形式証明系の演繹の能力などを調べる。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆～☆☆

教科書：鹿島亮『数理論理学』、キューネン『数理基礎論講義』

数理物理分野

物理学の幾何化

物理学の理論を数学、ひいては幾何学の言葉を用いて定式化を行う。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。前回はシンプレクティック幾何学を中心に行われた。

重要な基礎知識：多様体、基礎的な物理学

目安レベル：☆☆☆～

対称性の数理物理

物理学に度々現れる対称性と数学、ひいては代数学との関係を学ぶ。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。前回はリー代数の表現を中心に行われた。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、代数学の基礎

目安レベル：☆☆☆～

物理分野

解析力学

解析力学は、ニュートン力学を力というある意味トートロジーな概念を使わずに書き直した理論である。ラグランジュ形式では一般化座標で運動方程式が共変となり、そのようなラグランジュ形式に対応して得られるハミルトン形式は、量子力学の基礎となっている。解析力学は量子力学をはじめとした他分野でも活躍しているほか、数学にも影響を与えており、シンプレティック幾何学や力学系の一部は解析力学から始まった。

重要な基礎知識：ニュートン力学など

教科書：江沢洋『解析力学』

電磁気学

電磁気学は応用上においても重要で、現代の日常生活を支えているといっても過言ではない。マクスウェル方程式という単純な基礎方程式だけで広範な電磁気現象を扱えるのは圧巻の一言に尽きる。マクスウェル方程式に備わるローレンツ共変性やゲージ対称性は、特殊相対性理論やゲージ理論へとつながっていく。

重要な基礎知識：ベクトル解析、微分方程式など

教科書：砂川重信『理論電磁気学』

流体力学、*³流体力学 advance

流体力学は、液体や気体といった”流れる”物体の運動を調べる理論である。実用上でも重要な学問で、流体力学なしに航空機の設計や天気予報を行うことはほぼ不可能といえる。一方数学的にも深い内容を有しており、ソリトンや乱流は数学としても盛んに研究されている。なかでも粘性流体について成り立つナビエ-ストークス方程式を解くことはクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題に指定されている。

また、流体力学 adv では乱流や粘性流体、量子流体などのより複雑な運動を扱う。

重要な基礎知識：ベクトル解析、複素関数論、熱力学など

³*は比較的高度なものを表す（物理分野のみ）

教科書：巽友正『流体力学』

熱・統計力学

高校物理のカルノーサイクルに代表される、物理の入門分野の一つが熱力学である。熱力学では、気体などの多くの対象を少ない物理量で記述し、その物理量間の普遍的な関係などを探っていく。

統計力学とはミクロな物理法則を基にマクロな系の性質を考える学問だ。熱力学ではマクロな視点で分子の運動を考えたのに対し、統計力学では分子の運動（ミクロな系の動き）を熱力学と整合性がとれるように決めた確率モデルに当てはめて考える。

重要な基礎知識：力学、量子力学の基礎など

教科書：Greiner・Neise・Stoecker『熱力学・統計力学』

量子力学、*量子力学 advance

量子力学は電子や原子などミクロな系を記述するための物理である。位置、運動量などの物理量は量子論では、抽象的な「状態ベクトル」で表される。物性論、素粒子論などの現代物理学の基礎となっているのは言うまでもないだろう。

量子力学 adv ではより発展的な場の量子論や相対論的量子力学などの内容を扱っていく。

重要な基礎知識：解析力学、微分方程式、線型代数など

教科書：J.J.Sakurai『現代の量子力学』、坂井典佑『場の量子論』

*一般相対性理論

特殊相対性理論を一般化して重力や非慣性系も扱えるようにした理論。ブラックホール、重力波などの現象が導ける。宇宙物理への応用としても重要である。近年直接観測された重力波は現在ホットな話題である。

重要な基礎知識：特殊相対性理論、多様体など

教科書：内山龍雄『相対性理論』

*生物物理学

生物物理学とは、生体を構成する物質の動的メカニズムを明らかにし、さらに、それらで構成された生体組織の各階層 (スケール) 間をつなぐ原理原則を見出すことによって生命を理解しようという学問分野である。しかし、どのスケールにおいても生物はとて複雑で、それでいて自発的な運動をしている。これをいかに物理 (ないし数学) に落とし込み、普遍性を理解するかが問題となる。しかし、ここ 15 年の間での計算機や実験技術の向上等によりこの分野は急速に進展しており、他の物理分野とは違った面白さがある。

重要な基礎知識：力学、電磁気学、熱・統計力学など

*宇宙論

宇宙論は天体物理とは異なり、天体ではなくその「入れ物」である宇宙そのものの歴史の理論で、膨張する宇宙内の力学、初期宇宙の理論、大規模構造の形成を見ていく。宇宙原理から一般相対論の方程式に一様等方な計量を採用して様々な宇宙モデルやその発展の理論を扱うなど、宇宙について色々な方向から調べていく。特に初期宇宙では素粒子理論との密接な関係が現れることが知られている。

重要な基礎知識：一般相対論、熱・統計力学、電磁気学、場の量子論
教科書：S.Weinberg『ワインバーグの宇宙論』

*量子情報

古典では情報は 2 進数を用いて 1,0 の列で表される。量子論で 2 準位系とみなせる系を qubit とよぶが、qubit は古典系と違い、状態は重ね合わせられる。多体系を用いると大量の重ね合わせが作られるので、効率よく計算ができるといわれている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

重要な基礎知識：量子力学など
教科書：石坂智『量子情報科学入門』

物性物理学

物性物理学は、“もの”の性質、その普遍性を、物理学の視点から研究する分野である。その対象は、固体、液体、気体、アモルファス、ソフトマターなど多岐にわたる。また磁性、超伝導、超流動やトポロジカル物性といった話題の多様性も物性物理の魅力の一つである。

重要な基礎知識：電磁気学、熱力学、量子力学、統計力学など

教科書：野村健太郎『トポロジカル絶縁体・超伝導体』

計算物理学

計算物理学は、解析的に考えられない問題や人が解くには複雑な問題をコンピューターを用いて計算し理解しようとする分野である。RS では、実際にコンピューターを用いて計算する、計算方法の理論を勉強する、など自由度の高い班である。

重要な基礎知識：特になし (物理の各分野、プログラミングの知識があると良い)

教科書：R.H.Landau『計算物理学』