

RS 班希望について

数学・物理教務係より

この pdf では、リレーセミナー班(通称 RS 班)の候補となる分野について、簡単な紹介を載せています。

リレーセミナーの意義は、自分のあまり知らない分野についてその触りを知る機会を設けることと、多様な興味を持った参加者同士で交流を深めあいながら、未知の数学や物理の側面を知り、教養を深めることにあります。各班では、同じ班の方々と、「どの教科書を扱うか」や「教科書のどこからどこまで読むか」などを考え、予習をし、合宿当日に備えます。ここで重要なのは、合宿当日はリレーセミナーが 10 時間ほどしかないことです。したがって、範囲があまりにも膨大だと、合宿前に気が滅入るだけになってしまう可能性があります。このことを念頭に置き、是非とも「まだ知らないけどちょっと興味がある」班に挑戦してみてください、幸いです。

班の希望については、最悪の場合でも第 3 希望にはほとんど通ります(第 3 希望になること自体も稀です)。しかし、第一希望の班に入れるとは限りませんので、ご了承ください。あなたの好奇心に溢れる選択をお待ちしております。

数学分野

代数入門

代数学の基礎。群論、環論、体論の基本を学ぶ。

基礎知識：なし

レベルの目安：☆

教科書例：雪江明彦『代数学2 環と体とガロア理論』、堀田良之『代数入門-群と加群-』

可換代数

主に、数論や代数幾何との繋がり大きい可換環論を学ぶ。

基礎知識：代数の基礎(群、環、体など)。

レベルの目安：☆☆

教科書例：Atiyah Macdonald『可換代数入門』

代数幾何学

多項式の零点のなす集合の幾何的な性質を、代数学を用いて調べる分野。メンバーの代数幾何に対する知識が十分であれば、専門性を深めてもよい。上級者向け。

基礎知識：可換代数

レベルの目安：☆☆☆☆

教科書例：マンフォード『代数幾何学講義』、桂利行『代数幾何入門』、(竹内

潔『D加群』)

数理論理学

「数学」の基礎となる「論理」について解析する分野。形式的体系の表現力や形式証明系の演繹の能力などを調べる。

基礎知識：なし

レベルの目安：☆～☆☆

教科書例：鹿島亮『数理論理学』、キューネン『数理基礎論講義』

位相空間論

位相空間の性質やその上に定義される構造を研究対象とする位相幾何学の一分野である。現れる位相空間としては病的なものも含めた極めて広範かつ一般のものを扱い、その一般論を形成するのが位相空間論の主目的である。

基礎知識：なし

レベルの目安：☆～☆☆

教科書例：教科書：内田伏一『集合と位相』、兒玉之宏 永見啓応『位相空間論』

圏論

圏論とは、数学的对象と数学的对象との関係性を統一的に扱うための構造ネットワークの理論である。最も基本的な概念である圏は、対象である点とそ

の間の関係性である矢印からなり、集合の圏、群の圏、線形空間の圏、位相空間の圏など数学におけるさまざまな世界が圏として理解される。さらに圏と圏の間の関係性を担う関手、その関手と関手の間の関係性を担う自然変換は、数学において多く現れ、新たな視点をもたらし、現代数学における基本言語としての地位を確立しつつある。

基礎知識：なし。(ただし、多様な分野に通じていると、具体例や気持ちを理解しやすい。)

レベルの目安：☆～☆☆☆

教科書例：Riehl, "Category theory in context"、レンスター『ベーシック圏論』、梶浦宏成『数物系のための圏論』

数論

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの(代数的整数論や解析的整数論)も可能。

重要な基礎知識：可換代数やガロア理論などがあれば高度なことができるが、なくてもよい。

基礎知識：なし

レベルの目安：☆～☆☆☆

教科書例：小野孝『数論序説』、ノイキルヒ『代数的整数論』

測度論とルベーグ積分

面積、体積、個数といった「大きさ」に関する概念を一般化した測度と、測度を用いてリーマン積分を一般化させたルベーグ積分を学ぶ。測度論は、解析学の諸場面で登場し、確率論や統計学でも用いられる。

基礎知識：微積分

レベルの目安：☆

教科書例：伊藤清三『ルベーク積分入門』

複素解析学

複素平面の領域上で定義された一変数複素関数を学ぶ。

基礎知識：基礎的な微分積分学

レベルの目安：☆

教科書例：高橋礼司『複素解析』、アールフォルス『複素解析』、野口潤次郎『複素解析概論』

微分幾何学

多様体上での微分を用いて、空間の曲がり具合を調べる分野。リーマン幾何学などを学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なものも可能。

基礎知識：多様体

目安レベル：☆☆～☆☆☆

教科書：小林『曲線と曲面の微分幾何』、ミルナー『モース理論（第2章リーマン幾何への速成コース）』

グラフ理論

グラフ理論は、ノード(頂点)の集合とエッジ(辺)の集合で構成されるグラフに関する、数学の理論である。グラフを用いることで、路線図や電気回路などの、様々なものの関連を表現し、解析することができる。グラフ理論班では、グラフが持つ様々な性質を探求する。

基礎知識：なし

レベルの目安：☆

教科書例：E.クライツィグ『最適化とグラフ理論』

確率論

確率を扱う。現代確率論と呼ばれるものでは測度論に基づいた確率論について研究されており、解析学とともに進歩の過程にある。

レベルの目安：☆～☆☆

教科書例：舟木 直久『確率論』、伊藤清『確率論』

数理物理分野

物理学に度々現れる対称性と数学、ひいては代数学との関係を学ぶ。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、代数学の基礎

目安レベル：☆☆☆～

物理分野

解析力学

ニュートンの運動方程式は座標変換で形が変わってしまうが、それと等価なラグランジュ形式の運動方程式は座標変換で形が変わらない。古典力学を幾何学的に眺めることができる。ルジャンドル変換でハミルトン形式に移る。これら二つの形式では対称性と保存則の関係が明確になる。量子力学や幾何光学とのアナロジーもたくさんある。

基礎知識：ニュートン力学

教科書例：力学（ランダウ）

電磁気学

マクスウェル方程式を基礎方程式として古典的な電磁気現象を一貫して記述できる。特に電磁波に関しては方程式がローレンツ共変であることは本質的である。また最も身近なゲージ場の例としても重要である。

基礎知識：ベクトル解析、特殊相対論

教科書例：理論電磁気学（砂川）、場の古典論（ランダウ）

流体力学

流体（気体や液体）の運動を調べる。流体力学で扱うのはマクロな現象であるから、流体は連続媒質とみなされる。粘性流体で成り立つナビエーストークス方程式は数学的にも豊富な内容を持っている。

基礎知識：ベクトル解析、複素関数論、熱力学

教科書例：流体力学（今井）

熱力学

莫大な数の粒子からなる巨視的な系を温度やエントロピーなどの巨視的な量で記述するのが熱力学である。高校の理論化学で習う公式はほとんど熱力学を使って導かれる。

基礎知識：なし

教科書例：熱力学—現代的な視点から（田崎）

統計力学

微視的な世界と巨視的な世界を繋ぐのが統計力学である。エントロピーに物理的意味を与えるのは熱力学ではなく統計力学である。

基礎知識：熱力学、量子力学

教科書例：統計力学（田崎）

量子力学

ミクロな系を記述する理論であり、古典力学とはかなりのギャップがある。
状態はヒルベルト空間のベクトルで、物理量は演算子である。言うまでもなく
現代物理学の基礎である。

基礎知識：線形代数、複素関数論、解析力学

教科書例：現代の量子力学 (J.J.Sakurai)

場の量子論

量子力学と特殊相対論を調和させた理論である。量子力学では扱えなかった
高エネルギーでの反応や粒子の生成消滅を扱うことができる。

基礎知識：量子力学、特殊相対論

教科書例：An introduction to quantum field theory (Peskin)

一般相対論

特殊相対論は慣性系における理論だったが、一般相対論では重力の存在する
非慣性系も記述できる。

基礎知識：特殊相対論、微分幾何学

教科書例：場の古典論 (ランダウ)、相対性理論 (内山)

生物物理学

生体を構成する物質の動的メカニズムを物理学を使って明らかにする学問である。ここ最近急速に発展している分野でもある。

基礎知識：熱力学、統計力学、量子力学など

量子情報

量子論を用いた情報処理の絶大な可能性が近年注目を浴びている。

基礎知識：量子力学など

物性物理学

物性物理学は様々な物質の性質を探求する学問である。超電導やトポロジカル物性など話題は多岐にわたる。

基礎知識：熱力学、統計力学、量子力学など