

# 分野班紹介

数学・物理教務係

ここでは、主に初めて合同合宿に参加される方や一、二年生に向けて、教務係からのお知らせと、リレーセミナー班の候補となる分野についての簡単な紹介文をのせています。何度も参加されている方は読み飛ばして頂いても構いません。

リレーセミナーの意義は、自分のあまり知らない分野についてその触りを知る機会を設けることと、多様な興味をもった参加者同士で交流を深めあいながら、今まであまり知ることのなかった数学や物理の側面に対し、教養を深めることにあります。勿論、個人によっては専門的な知識を身につけたいと思われている方はいるかもしれませんが、是非とも面白そうだけどまだ手をつけられていない分野に挑戦してみてください。

ただし、分野の中には前提知識が必要なものもあり、そのうち特に重要と思われるものを下の説明に添えて掲載しました。これらの重要な基礎知識は、参加申し込みの際に必ず必要というわけではありませんが、活発な議論により実りあるセミナーにするためにも、もし勉強していない場合は参加者同士で前もってオンラインセミナーを行うなどして合宿前に勉強しておくことが望ましいです。

また、リレーセミナーの時間は限られているため、一分野の内容を完全に習得するのは不可能です。このことを念頭に置いておいてください。

班分けは申し込み締め切り三週間後程度に行う内定通知の際に連絡致しますが、第一希望の班に必ず入れるとは限りません。そのことをご了承下さい。

長くなりましたが、この説明文が RS 班希望選択の参考になればと思います。

無理のない範囲で挑戦的な選択を

## 【数学】

※分野名の横についている☆は大まかな難易度を表しています。

### 代数入門 ☆

代数学の基礎となる群や環、体について基本を学ぶ。

基礎知識:簡易的な集合論と線形代数

主な教科書

雪江明彦『代数学』シリーズ

堀田良之『代数入門 -群と加群-』

### 代数幾何学 ☆☆☆☆

多項式の零点集合の幾何学的性質を代数的手法によって調べる。古典的な理論からスキームや層上のコホモロジーなど扱うものは非常に幅広く、メンバーによっては専門性を深めてもよい。

基礎知識:可換代数、位相空間の基礎

主な教科書

上野健爾『代数幾何』

ハーツホーン『代数幾何学』

Liu『Algebraic Geometry and Arithmetic Curves』

### 代数トポロジー ☆☆☆

位相多様体や位相空間の性質を、代数的手法などを用いて調べる分野。空間を連続変形させたときに保たれる不変量に焦点を当てることが多い。

基礎知識:多様体

主な教科書

加藤十吉『位相幾何学』

服部晶夫『位相幾何学』

Raoul Bott『Differential Forms in Algebraic Topology』

## 圏論 adv ☆☆☆☆

圏論とは、数学的対象と数学的対象間の関係性を統一的に扱うための構造ネットワークの理論である。最も基本的な概念である圏は、対象である点とその間の関係性である矢印からなり、集合の圏、群の圏、線形空間の圏、位相空間の圏など数学におけるさまざまな世界が圏として理解される。さらに圏と圏間の関係性を担う関手、その関手と関手間の関係性を担う自然変換は、数学において多く現れ、新たな視点をもたらし、現代数学における基本言語としての地位を確立しつつある。

この班は、Mac Lane『圏論の基礎』で扱われている程度の内容は既知であるという前提である。より高度な文献を輪読する、オムニバス形式にするなどは話あって決める。

基礎知識: Mac Lane『圏論の基礎』レベルの圏論、必要だと思う数学の知識  
主な教科書

Emily Riehl『Category Theory in Context』

中岡宏行『圏論の技法』

## 表現論 ☆☆

ベクトル空間の線形変換として代数的構造を表現し、その上の加群などを調べる分野。その対象は群や多元環、圏など幅広く、関連する分野も Lie 群や調和解析、数理論理学など非常に多岐にわたる。そのなかでどういったものを扱うのかは班決定後に相談して決める。

基礎知識: 線形代数、代数学の基礎

主な教科書

大島利雄『Lie 群と表現論』

高瀬幸一『群の表現論序説』

## 楕円曲線論 ☆☆☆☆

楕円曲線とは、種数 1 の非特異射影代数曲線のことである。この定義から楕円曲線の定義方程式  $y^2 = x^3 + ax + b$  が導かれ、楕円曲線上の二点間には加法が定まり群構造を持つ。また、楕円曲線は閉リーマン面や楕円積分などともかかわりを持っている。数論や複素解析、代数幾何学など幅広い分野とかかわりを持つ楕円曲線の性質について学ぶ。

基礎知識: 代数幾何、複素解析、数論に基本的な理解があるとよい

主な教科書

シルヴァーマン『楕円曲線論入門』  
N.コブリッツ『楕円曲線と保型形式』  
シルヴァーマン『The Arithmetic of Elliptic Curves』

## 多様体 ☆

局所的にユークリッド空間と見なせる位相空間である多様体と、可微分性といったその持つ性質を学ぶ。多くの幾何学の基礎となっている。

基礎知識: 微積分、位相空間の初歩

主な教科書

松本幸夫『多様体の基礎』

Warner『Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups』

## 複素解析 ☆

複素平面の領域上で定義された一変数複素関数を学ぶ。

基礎知識: 微積分

主な教科書

高橋礼司『複素解析』

アールフォルス『複素解析』

野口潤次郎『複素解析概論』

小平邦彦『複素解析』

## 関数解析 ☆☆

特定のクラスの関数からなるベクトル空間にある種の位相構造を定めた関数空間を扱う。様々な関数空間上で積分や微分によって定義される線型作用素の振る舞いを通じた積分方程式や微分方程式の線型代数学的取り扱いであり、無限次元ベクトル空間上の線型代数学と捉えられることも多い。

基礎知識: ルベーグ積分論

主な教科書

黒田成俊『関数解析』

増田久弥『関数解析』

Walter Rudin『Functional Analysis』

生西明夫『作用素環入門』

## 調和解析 ☆☆

“すべての関数は基本的な波である三角関数の重ね合わせとして表現できるのではないか”という疑問をめぐって展開されてきたフーリエ変換を位相群上の関数などへ一般化することを学ぶ。表現論や関数解析学だけでなく、量子力学や信号処理など多方面と関りが深い。

基礎知識：微積分や位相空間、群論の基礎

主な教科書

河添健『群上の調和解析』

Anton Deitmar『A First Course in Harmonic Analysis』

## 力学系 ☆☆☆

時間発展に伴い状態が変化する系を記述するための数学的なモデル、またはそれを扱う理論。抽象化された力学系の理論が適用できる範囲はとても広く、運動方程式はもちろんのこと、時間変化するあらゆる現象を記述するための方程式に対して適用できる。要素間の相互作用を微分方程式で記述するか差分方程式で記述するかによって連続力学系、離散力学系に大別される。

基礎知識：多様体、常微分方程式

主な教科書

スメール他『力学系入門』

## 確率論 ☆☆

確率を扱う。現代確率論と呼ばれるものでは測度論に基づいた確率論について研究されており、解析学とともに進歩の過程にある。

基礎知識：微積分

主な教科書

舟木直久『確率論』

伊藤清『確率論』

## 複素幾何 ☆☆☆☆

リーマン面など複素多様体や、多変数複素関数論を学ぶ。上級者向け

基礎知識：複素関数論、位相幾何学、コホモロジー

主な教科書

小林昭七『複素幾何』  
小平邦彦『複素多様体論』  
Forster『Lectures on Riemann Surfaces』

## 数論 ☆～☆☆☆☆

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの（代数的整数論や解析的整数論）も可能。

基礎知識：可換代数やガロア理論などがあれば高度なことができるが、なくてもよい。

主な教科書

小野孝『数論序説』  
ノイキルヒ『代数的整数論』

## モデル理論 ☆☆

数理論理学を手法として数学的構造などのモデルを調べる分野。

基礎知識：数理論理学

主な教科書

David Marker 『Model Theory : An Introduction』

## 【物理】

### 解析力学

解析力学とは、potential というものに興味をおいて力学を構成したものである。そこでは、一般化座標を取り入れ、様々な座標にかんして普遍的な形の方程式が得られる。その座標間の関係や変換に関しても解析力学の対象である。また、解析力学は、数理物理学の入り口にもつながる。

(重要な基礎知識) ニュートン力学など (多様体・微分幾何あたりの知識があるとより深く学べる)

参考テキスト: 朝倉物理学大系 解析力学 I、II 山本 義隆、中村 孔一 著  
Mathematical Methods of Classical Mechanics V.I.Arnold 著

### 電磁気学

電磁気学は応用上においても重要で、現代の日常生活を支えている。マックスウェル方程式という単純な基礎方程式だけで、広範な電磁気現象を扱えるのは圧巻である。マックスウェル方程式に備わるローレンツ共変性やゲージ対称性は、特殊相対性理論やゲージ理論へとつながった。

(重要な基礎知識) ベクトル解析、微分方程式など

参考テキスト: Classical Electrodynamics J.D.Jackson 著

### 流体力学

流体力学では、液体や気体といった”流れる”物体の運動を調べる理論である。実用上でも重要な学問で、流体力学なしに航空機の設計や天気予報を行うことはほぼ不可能であろう。一方、数学的にも深い内容を有しており、ソリトンや乱流は数学としても盛んに研究されている。粘性流体について成り立つナビエ-ストークス方程式を解くことはクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題に指定されている。流体力学をマスターした暁には 100 万ドルが手に入るかもしれない。

(重要な基礎知識) ベクトル解析、複素関数論、熱力学など

参考テキスト: 流体力学(前編) 今井 功 著など

### 流体力学 adv

上記の流体力学班程度の内容を前提とし、より深い内容を扱う。

参考テキスト: 量子流体力学 坪田 誠 他著など

## 量子力学

量子力学は電子や原子などミクロな系を記述するための物理である。位置、運動量などの物理量は量子論では、抽象的な「状態ベクトル」で表される。

物性論、素粒子論などの現代物理学の基礎として重要である。また前期量子論に関しては初学者でも力学さえ知っていれば十分理解でき、現代量子力学の理解への助けとなる。

(重要な基礎知識) 解析力学、微分方程式、線型代数など

参考テキスト: 量子力学 1, 2—非相対論的理論 L.D.ランダウ、E.M.リフシュッツ著

## 統計力学

統計力学とはミクロな物理法則を基にマクロな系の性質を考える学問である。熱力学ではマクロな視点で分子の運動を考えたのに対し、統計力学では分子の運動（ミクロな系の動き）を熱力学と整合性がとれるように決めた確率モデルに当てはめて考える。磁性体や相転移、超伝導などにも関わりが深く、メンバーの前提知識によってさまざまな応用例を見ることができる。

(重要な基礎知識) 熱力学など

参考テキスト: 統計力学 I, II 田崎晴明 著

統計力学 ファインマン 著

## 場の量子論

特殊相対性理論のもとでの場を基本変数とする量子力学。場を使うメリットはいくつかあるが、例えば、多体系を自然に表せることや、粒子の生成消滅を扱えることである。素粒子論として重要で、QCD やゲージ理論は場の量子論を基礎としている。物性や原子核、宇宙物理でも場の量子論が基礎として用いられる。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、量子力学、複素解析など

参考テキスト: 場の量子論 ワインバーグ 著

An Introduction To Quantum Field Theory Peskin 他著など

## 場の量子論 adv

上記の場の量子論班程度の内容を前提とし、より深い内容を扱う。

参考テキスト: 場の量子論 ワインバーグ 著

An Introduction To Quantum Field Theory Peskin 他著など



## 一般相対性理論

特殊相対性理論を一般化して重力や非慣性系も扱えるようにした理論。ブラックホール、重力波などの現象が導ける。宇宙物理への応用としても重要である。去年直接観測された重力波は現在ホットな話題である。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、多様体など

参考テキスト:シュッツ 相対論入門Ⅱなど

## 量子情報

古典では情報は 2 進数を用いて 1,0 の列で表される。量子論で 2 準位系とみなせる系を qubit とよぶが、qubit は古典系と違い、状態は重ね合わせられる。多体系を用いると大量の重ね合わせ

が作られるので、効率よく計算ができるといわれている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

(重要な基礎知識) 量子力学など

参考テキスト:量子情報科学入門 石坂 智 他著など

## 量子情報 adv

上記の量子情報班程度の内容を前提とし、より深い内容を扱う。

参考テキスト:量子情報と時空の物理 第2版 堀田 昌寛 著など

## 宇宙論

宇宙論は天体物理とは異なり、天体ではなくその「入れ物」である宇宙そのものの歴史の理論で、膨張する宇宙内の力学、初期宇宙の理論、大規模構造の形成を見ていく。宇宙原理から一般相対論の方程式に一様等方な計量を採用して様々な宇宙モデルやその発展の理論を扱うなど、宇宙について色々な方向から調べていく。特に初期宇宙では素粒子理論との密接な関係が現れることが知られている。

重要な基礎知識:一般相対論、熱・統計力学、電磁気学、場の量子論

参考テキスト:S.Weinberg『ワインバーグの宇宙論』

## 弦理論

粒子を 0 次元の点ではなく、1 次元の弦として扱う理論。超対称性やカル ツァークライン理論を取り入れた超弦理論は 4 つの基本相互作用を統一する 万物の理論となる可能性を秘めている。

重要な基礎知識：量子力学、相対性理論、場の理論など、代数学の基礎など  
参考テキスト：初級講座弦理論 基礎編 B.ツヴィーバッハ 他著など