

分野班紹介

数学・物理教務係より

2021年12月3日

本 pdf では、主に初めて数物セミナー合同合宿に参加される方や1, 2回生に向けて教務係からの簡単なお知らせと注意点, そしてリレーセミナー班の候補となる分野についての紹介文を載せています。何度も参加されている方は読み飛ばしていただいても構いません。

リレーセミナーの意義は、自分がよく知らない分野についてその触りを知る機会を設けること, そして多様な興味を持った参加者同士で交流を深め合い, これまで知ることのなかった数学や物理に対し教養を深めることにあります。もちろん専門的な知識を身に着けたいと思われている方もいらっしゃるかもしれませんが, ぜひとも知らない分野に手を伸ばしてみてください。新たな発見があるかもしれません。

ただし, 分野の中には前提知識が必要になるものもあり, 次ページより始まる分野班紹介では, 特に重要になるであろうものを各班ごとに記しました。これらの重要な基礎知識は, 参加申し込みの際に必ずしも必要というわけではありませんが, 参加者同士でオンラインセミナーを開くなど, 合宿前までに学ぶことを推奨します。

また, リレーセミナーの時間はおよそ14時間前後となりますので, リレーセミナーで使う教科書によっては一冊を通読することが難しいと思われます。ですので「どの教科書を使うのか」や「教科書のどの範囲まで読むのか」などを同じ班のメンバーと綿密に相談し決めていただければと思います。分野班紹介では主な教科書として二冊前後を提案してありますが, あくまで一例ですので, 学びたいことと合ったものを選ぶことをお勧めします。

班の希望についてですが, 参加申し込みフォームに「具体的にどのような内容を学びたいか」という自由記述欄があります。特になければ空欄のまま構いませんし, それによって第一希望の班になれないということもありません。「同じ班のメンバーの中で学びたいものが全く違う」という事故を避けるための欄ですので, 学びたいことを, 自由に, 書いていただければと思います。

未知なる道も一歩より。あなたのご参加をお待ちしております。

数学

代数学入門

紹介：代数学の基礎となる群，環について学ぶ。

難易度：☆

前提知識：なし

主な教科書

1. 川口周「代数学入門」

<https://www.nippy.co.jp/shop/book/7574.html>

2. 桂利行「代数学I 群と環」

<http://www.utp.or.jp/book/b302230.html>

微分幾何学

紹介：曲線や曲面の形状について，微分という道具を用いて調べる。メンバーの知識が十分であれば、多様体論を仮定してリーマン幾何学，シンプレクティック幾何学について学んでも良い。

難易度：☆～☆☆

前提知識：なし(高度な内容をやりたいのであれば多様体論)

主な教科書

1. 今野宏「微分幾何学」

<http://www.utp.or.jp/book/b306603.html>

2. 小林昭七「曲線と曲面の微分幾何」

<https://www.shokabo.co.jp/mybooks/ISBN978-4-7853-1091-2.htm>

複素解析

紹介：複素数上の一変数関数について，その微積分などについて調べる。

難易度：☆

前提知識：なし

主な教科書

1. 神保道夫「複素関数入門」

<https://www.iwanami.co.jp/book/b259037.html>

2. L.V. アールフォルス「複素解析」

<https://www.gensu.jp/product/%E8%A4%87%E7%B4%A0%E8%A7%A3%E6%9E%90/>

体とガロア理論

紹介：体論の基礎と、体の構造や方程式の構造を群を用いて調べるガロア理論について学ぶ。

難易度：☆☆

前提知識：群論, 環論

主な教科書

1. 雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」

<https://www.nippy.co.jp/shop/book/5471.html>

2. 桂利行「代数学 III 体とガロア理論」

<http://www.utp.or.jp/book/b302231.html>

代数的トポロジー

紹介：図形などが持つ位相的な性質を代数的な性質に移して議論する。主にホモトピーや(コ)ホモロジーについて学ぶ。

難易度：☆☆

前提知識：位相空間論, 多様体論

主な教科書

1. 加藤十吉「位相幾何学」

<https://www.shokabo.co.jp/mybooks/ISBN978-4-7853-1404-0.htm>

2. 服部晶夫「位相幾何学」

<https://www.iwanami.co.jp/book/b258360.html>

代数幾何学

紹介：代数曲線，すなわち多項式の零点が作る集合を可換環論を用いることによって調べる。メンバーの知識が十分であれば，より発展的な内容としてスキーム論や層係数コホモロジーについて学んでもよい。

難易度：☆☆～☆☆☆

前提知識：可換環論

主な教科書

1. 小木曾啓示「代数曲線論」

https://www.asakura.co.jp/detail.php?book_code=11598

2. 上野健爾「代数幾何」

<https://www.iwanami.co.jp/book/b265778.html>

圏論

紹介：圏論とは数学的対象の間の関係性を統一的に扱い，それらがどの程度関連しているかを見る理論である。圏は対象と呼ばれるものと射と呼ばれるものの集まりであって幾つかの性質を満たすものとして定義され，集合論や群論，環論，あるいは環上の加群論など，様々な理論を圏の言葉に置き換えることができる。

難易度：☆～☆☆

前提知識：なし

主な教科書

1. Saunders Mac Lane 著 \ 三好博之，高木理 訳「圏論の基礎」

<https://www.maruzen-publishing.co.jp/item/b294317.html>

2. alg-d 「全ての概念は Kan 拡張である」

http://alg-d.com/math/kan_extension/

以下3班は物理の方も参加されることを想定した班になります。

表現論

紹介：ベクトル空間の線形変換として代数的構造を表現し，加群などを調べる分野．その対象は群や多元環，など幅広く，関連する分野も Lie 群や調和解析，数理物理学など非常に多岐にわたる．

難易度：☆☆～☆☆☆

前提知識：群論 (あとは内容による)

主な教科書

1. 高瀬幸一「群の表現論序説」

<https://www.iwanami.co.jp/book/b265391.html>

2. 林 正人「量子論のための表現論」

<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320110786>

力学系

紹介：時間発展に伴い状態が変化する系の，大域的な動きを記述するための数学的なモデルを扱う理論．要素間の相互作用を微分方程式で記述するか差分方程式で記述するかによって連続力学系，離散力学系に大別される。

難易度：☆～☆☆

前提知識：常微分方程式

主な教科書

1. Morris W.Hirsch, Stephen Smale, Robert L.Devaney 著 \ 桐木紳, 三波篤郎, 谷川清隆, 辻井正人 訳「力学系入門—微分方程式からカオスまで—」

<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320111363>

2. 桑村雅隆 「パターン形成と分岐理論—自発的パターン発生の力学系入門—」

<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320110045>

関数解析

紹介：特定のクラスの関数からなるベクトル空間にある種の位相構造を定めた関数空間を扱う．様々な関数空間上で積分や微分によって定義される線型作用素の振る舞いを通じた積分方程式や微分方程式の線型代数的取り扱いであり，無限次元ベクトル空間上の線型代数

学と捉えられることも多い。

難易度：☆☆

前提知識：なし (例としてルベーグ積分論を扱うこともあるので注意)

主な教科書

1. 黒田成俊「関数解析」

<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320011069>

2. 日合文雄, 柳研二郎「ヒルベルト空間と線型作用素」

<https://www.ohmsha.co.jp/book/9784274227561/>

物理

解析力学

Newton の運動方程式を原理とする Newton 力学に対して、解析力学は最小作用の原理を原理とし、Newton 力学を再構成した体系である。しかし単なる Newton 力学の書き換えではなく、最小作用の原理や Lagrangian や Hamiltonian といった量は量子力学や場の理論にも深く関係している。

通常の粒子の解析力学を勉強した人も、この機会に場の解析力学を勉強してみるのも面白いかもしれない。

難易度: ☆

主な前提知識: Newton 力学

主な教科書: 力学 (Landau, Lifschitz), 量子場を学ぶための場の解析力学入門 (高橋, 柏)

電磁気学

電磁気学の応用技術は現代の生活には欠かせないものになっている。一方、電磁場を扱う電磁気学は基礎的な部分では多くの物理学徒が最初に触れる場の理論となっている。場の振る舞いを記述する Maxwell 方程式は Lorentz 共変性や Gauge 対称性は特殊相対論や Gauge 理論と言った現代物理学とつながる。

難易度: ☆

主な前提知識: ベクトル解析, 微分方程式

主な教科書: 理論電磁気学 (砂川重信), 電磁気学の基礎 (太田浩一)

量子力学

原子や分子など、ミクロな系を記述する物理理論が量子力学である。ミクロなものを扱う素粒子論はもちろん、物性理論においても量子力学の知識は欠かせないものとなっている。

難易度: ☆☆

主な前提知識: 解析力学, 線形代数

主な教科書: 現代の量子力学 (J.J.Sakurai), 量子力学 10 講 (谷村省吾)

統計力学

平衡状態にあるマクロな系は熱力学という完成された体系により記述される。いっぽう、マクロな系もミクロな構成要素からなり、それらは量子力学により記述される。ミクロな構成要素が「たくさんある」ということを用い、統計や確率によりマクロな系を説明する営みが統計力学である。

班員の前提知識や興味によっては、非平衡系を扱うこともできるかもしれない。

難易度: ☆☆

主な前提知識: 確率統計, 熱力学, 量子力学

主な教科書: 統計力学 (田崎春明), [非平衡系の統計力学 \(北原和夫\)](#)

量子情報

古典では情報を2進数を用いて0, 1の列で表される。量子論で2準位系とみなせる系をqubitと呼ぶが、qubitは古典系と異なり、重ね合わせることができる。多体系を用いると大量の重ね合わせが作られるので、効率よく計算ができると言われている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

難易度: ☆☆

主な前提知識: 量子力学

主な教科書: [Quantum Computation and Quantum Information\(Nielsen, Chuang\)](#)

一般相対論

慣性系に限らず、いかなる座標系においても物理法則が不変であるという原理をもとにした理論で、現在の重力の理論である。ブラックホールや重力波などの現象も説明でき、数学的にも微分幾何学により記述されている強固な理論である。

難易度: ☆☆☆

主な前提知識: 解析力学

主な教科書: [相対論入門 \(シュッツ\)](#), [General relativity\(Wald\)](#)

物性物理学

物性物理学 (固体物理学, 凝縮系物理学) は、物質の比熱, 電気伝導, 磁性や結晶構造など、物質の性質に関する理論である。半導体のバンド理論や、超伝導など応用上重要なもの

もたくさんある。教科書としては、網羅的なものを上げるが、ひとくくりに物性物理といっても範囲が広いので、班員の前提知識や興味によっては、オムニバス形式にしても面白いかもしれない。

難易度: ☆☆☆

主な前提知識: 量子力学, 統計力学

主な教科書: Solid State Physics(Ashcroft, Marmin), [現代の物性物理学 \(M. コーヘン, S. ルイ\)](#)

場の量子論

物質の構成要素を突き詰めていくと、素粒子に行き着く。素粒子を記述する標準理論は、特殊相対論と量子力学を融合させた場の量子論に基づく。素粒子論だけでなく、物性理論にも場の量子論は用いられる。

難易度: ☆☆☆

主な前提知識: 特殊相対論, 量子力学

主な教科書: [An Introduction to Quantum Field Theory\(Peskin\)](#), [Condensed matter field theory\(Altland, Simons\)](#)