

分野班紹介

数学・物理教務係より

2022年5月6日

ここでは、第23回数物セミナー合同合宿におけるリレーセミナー班の候補となる分野と必要な前提知識及びその難易度の目安(☆の数が多いほど比較的難しい)、教科書の候補などを紹介いたします。前提知識の多寡や参加者のセミナーに期待する内容の大きなずれなどを避けるためにご参照ください。

リレーセミナーの意義は、さまざまな興味を持った参加者の間で交流を深め、これまで学習してこなかった数学や物理に対して教養を深めることにあります。自らの専門とする分野を深めたいと思われる参加者もいらっしゃると思いますが、是非数学、物理問わず知らない分野に手を伸ばしてみることを検討してみてください。新たな発見があるかもしれません。

リレーセミナー班については基本的内容の班を中心とし、発展的な内容の班は希望者が多い場合に開講される場合があります。また、参加申し込みフォームにリレーセミナーにおいて学びたい内容についての自由記述欄がございますので、その班において学びたい内容を自由に書いてください。特に発展的な内容を希望する場合はその旨と学習したい内容を記載してください。自由記述欄の内容によって第一志望の班にならないなどのことは一切ありませんが、同じ班に可能な限り似たような興味を持つ方を集めるために参考にする場合があります。

班の決定後、同じ班のメンバーと相談して教科書やリレーセミナーで取り扱う範囲を決めていただきます。教科書などはここでいくつか提案しておりますがあくまで一例です。班のメンバーの興味に合わせて適切な教科書を選ぶことを推奨します。また、リレーセミナーの時間はおよそ14時間前後となり、一冊を通読することは難しいと思われます。ですから、興味の内容に合わせて適切な範囲設定をすることをお勧めします。そのほか、前提知識などについてはオンラインセミナーなどにて参加者同士で合宿前までに学ぶことも可能です。

末筆ではございますが、あなたのご参加をお待ちしております。

数学

基礎的内容と発展的内容の二つの概要及び主な教科書に加え、基礎的内容の前提知識と難易度を紹介します。概要や主な教科書は内容を強く制限するものではありませんが、基礎的な内容については初学者が無理なく学習できるような範囲や速度でのリレーセミナーを想定してください。発展的な内容については概要や教科書はあくまで目安であり、参加者の間で相談し、自由に内容や教科書を選択してください。これについて、同じ興味の方で班を組めるように、発展的な内容を希望する場合は学習したい内容を自由記述欄に書いていただくようよろしくお願いいたします。また、普段物理を学ばれている方の数学へのリレーセミナー参加を強く歓迎します。

数学教務係

代数学入門

概要 整数や有理数、複素数といった演算の付随した集合の性質を一般化した代数的対象について考察する。

難易度 ☆

基本 代数学の基礎となる群や環について学ぶ。

主な前提知識 なし

主な教科書

雪江明彦 「代数学 1 群論入門」

桂利行 「代数学 I 群と環」

数論

概要 整数や、それに付随する代数的整数などの代数的対象について考察する.

難易度 ☆

基本 前提知識を仮定せず、初等的な整数論について学ぶ.

発展 Galois 理論などを仮定し、代数的整数論などについて学ぶ.

主な前提知識 なし

主な教科書 (基礎)

雪江明彦 「整数論 1 初等整数論から p 進数へ」

高木貞治 「初等整数論講義」

主な教科書 (発展)

J. Neukirch 「代数的整数論」

藤崎源次郎 「代数的整数論入門」

可換代数

概要 それ自身非常に興味深い内容でありながら現代数学においてもさまざまな分野の基礎となっている可換代数について考察する.

難易度 ☆☆

基本 群や環についての基本的知識を仮定し、可換代数について学ぶ.

発展 可換代数について深く学ぶ.

主な前提知識 群や環についての基本的知識

主な教科書 (基礎)

雪江明彦 「代数学 2 環と体とガロア理論」

Atiyah, Macdonald 「可換代数入門」

主な教科書 (発展)

松村英之 「可換環論」

渡部敬一, 後藤四郎 「可換環論」

代数幾何

概要 代数幾何は多項式の零点からなる集合である代数多様体について調べる学問である.

難易度 ☆☆~☆☆☆

基本 古典的な代数幾何である代数曲線論について学ぶ.

発展 スキームや層係数コホモロジーについて学ぶ.

主な前提知識 可換環論

主な教科書 (基礎)

小木曾啓示 「代数曲線論」

今野一宏 「平面代数曲線の話」

主な教科書 (発展)

上野健爾 「代数幾何」

表現論

概要 表現論は群や多元環, Lie 代数などの対象をベクトル空間への作用を用いて調べる分野である. 関連分野も幅広く現代の数学で非常に重要な分野となっている.

難易度 ☆☆~☆☆☆

基本 有限群の表現などの基本的な表現論について学ぶ.

発展 発展的な表現論について学ぶ.

主な前提知識 線形代数

主な教科書 (基礎)

池田岳 「テンソル代数と表現論:線形代数統論」

J. P. Serre 「有限群の線型表現」

主な教科書 (発展)

小林俊行, 大島利雄 「リー群と表現論」

高瀬幸一 「群の表現論序説」

圏論/ホモロジー代数

概要 圏論は数学的対象の間の関係性を統一的に扱う分野である. 圏論的定式化により内部の構造に言及しない関係性や, 別の数学的対象との関係などを統一的にみることができる. また, それと密接に関係があるホモロジー代数について学んでもよい.

難易度 ☆☆

基本 基本的な圏論, あるいはホモロジー代数について学ぶ.

発展 導来圏などの発展的な概念について学ぶ.

主な前提知識 なし (代数トポロジーなどの具体例を知っていると理解がしやすい)

主な教科書 (基礎)

Tom Leinster 「ベーシック圏論 普遍性からの速習コース」

中岡宏行 「圏論の技法 アーベル圏と三角圏でのホモロジー代数」

志甫淳 「層とホモロジー代数」

主な教科書 (発展)

梶浦宏成 著 「数物系のための圏論」

微分幾何

概要 微分幾何学は曲線や曲面, あるいは一般には微分可能多様体の構造に対して微分積分を用いて調べる分野である.

難易度 ☆

基本 基礎的な曲線/曲面論について学ぶ.

発展 Riemann 幾何などについて学ぶ.

主な前提知識 なし

主な教科書 (基礎)

小林昭七 「曲線と曲面の微分幾何」

梅原雅顕, 山田光太郎 「曲線と曲面 微分幾何的アプローチ」

主な教科書 (発展)

今野宏 「微分幾何学」

小林昭七 「接続の微分幾何とゲージ理論」

多様体論

概要 多様体とは局所的にユークリッド空間と同相な位相空間でありユークリッド空間の自然な拡張である. 多様体論は多様体上の微分や積分などについて調べる.

難易度 ☆☆

基本 多様体について基本的な概念を学ぶ.

発展 多様体上の微分形式などについて学ぶ.

主な前提知識 位相空間論

主な教科書 (基礎)

松本幸夫 「多様体の基礎」

坪井俊 「幾何学Ⅰ 多様体入門」

主な教科書 (発展)

森田茂之 「微分形式の幾何学」

坪井俊 「幾何学Ⅲ 微分形式」

代数トポロジー

概要 代数トポロジーは空間の持つ位相的性質を代数的に調べる分野である. 主にホモトピーや (コ) ホモロジーについて学ぶ.

難易度 ☆☆

基本 基本群と被覆空間, あるいは単体複体/胞体複体/特異 ホモロジーについて学ぶ.

発展 ファイバー束とホモトピー群などについて学ぶ.

主な前提知識 位相空間論

主な教科書 (基礎)

梶田幹也 「代数的トポロジー」

坪井俊 「幾何学Ⅱ ホモロジー入門」

主な教科書 (発展)

服部晶夫 「位相幾何学」

玉木大 「ファイバー束とホモトピー」

複素解析

概要 複素解析は複素数体上の関数の微積分について調べる分野である.

難易度 ☆

基本 一変数の複素関数の基本的性質について学ぶ.

発展 多変数の複素関数, あるいは複素多様体などについて学ぶ.

主な前提知識 なし

主な教科書 (基礎)

神保道夫 「複素関数入門」

L.V. Ahlfors 「複素解析」

主な教科書 (発展)

野口潤次郎 「岡理論新入門」

微分方程式

概要 微分方程式論は未知函数とその導関数を含む方程式について、その解の存在や性質について調べる分野である。

難易度 ☆☆

基本 常微分方程式について学ぶ。

発展 発展的な常微分方程式や偏微分方程式について学ぶ。

主な前提知識 なし

主な教科書 (基礎)

柳田英二, 栄伸一郎 「常微分方程式論」

高橋陽一 「力学と微分方程式」

主な教科書 (発展)

坂井秀隆 「常微分方程式」

Lawrence C. Evans 「Partial Differential Equations」

函数解析

概要 函数解析は一般の線形空間上の線形写像について調べる分野である。ノルム空間, 特に完備である Banach 空間上の有界な作用素について調べることが多い。

難易度 ☆☆

基本 基本的な函数解析について学ぶ。

発展 作用素環について学ぶ。

主な前提知識 なし (基本的な測度論についての知識があると望ましい)

主な教科書 (基礎)

泉正己 「数理学系のための関数解析」

黒田成俊 「関数解析」

主な教科書 (発展)

生西明夫, 中神祥臣 「作用素環入門 I, II」

Gerald J. Murphy 「C*-algebras and Operator Theory」

物理

物理教務係の独断と偏見で、リレーセミナーの候補を「基礎分野」と「応用分野」の2つに分けました。前者は物理学科では学部3年までに勉強する分野、後者はそれらを前提にして議論する分野だとして振り分けました。どちらの分野であっても、以下に示したような前提知識を持っている初学者を想定しています。特に基礎分野の班では、リレーセミナーで勉強する内容を「基本」に記したところまでに留めていただく予定です。どうしても「発展」の内容やそれ以上のことを勉強したい場合は、自由記述欄にその旨をご記入いただければと思います。

分野紹介の構成として、「概要」にはその分野の簡単な紹介を書きました。可能な限り一般論を述べたつもりですが、私個人の思想が入っているものが散見されるかもしれません。あらかじめご了承ください。

また、基礎分野の難易度は、「基本」の内容に対して設定されています。前提知識については、星1つの分野に関してはあまり気にする必要はないかもしれません。教科書は有名なものをピックアップしましたが、班編成後に自由に決めていただいで結構です。

最後になりますが、ぜひ一緒に物理を楽しみましょう。

物理教務係

1. 基礎分野

解析力学

概要 座標等を一般化して、抽象的に力学を扱う体系である。新たにラグランジアンやハミルトニアンといった量を扱うことになるが、それらの持つ普遍性はニュートン力学に留まらず、様々な物理の体系に応用されている。

難易度 ☆

基本 粒子の解析力学

発展 場の解析力学

主な前提知識 ニュートン力学

主な教科書

Landau, Lifshitz「力学」

畑浩之「解析力学」

電磁気学

概要 その名の通り、電気や磁気について考える。ベクトル解析や「場」という物理量を考える点が初学者には分かりにくいところだが、学んでいくにつれて学習者の物理学の世界観が一段階上がる面白い分野である。相対論やゲージ理論など、現代物理学の出発点にもなっている。

難易度 ☆

基本 古典電磁気学、主に静電場や静磁場の性質を探ること

発展 電磁波の性質、ローレンツ共変性に重点を置いた電磁気学

主な前提知識 ベクトル解析、微分積分

主な教科書

砂川重信「理論電磁気学」

熱力学

概要 一般にマクロな系は無数のパラメータを持つ。その中で「平衡状態」という数個のパラメータで記述できる特殊な状態を利用し、マクロな系が共通して持つ普遍性を議論するのが熱力学である。マクロな系に特有の「エントロピー」が現れるのもこの分野の特徴である。

難易度 ☆

基本 熱力学関数について考えること

発展 相転移、化学変化

主な前提知識 微分積分（特に偏微分や全微分）

主な教科書

田崎晴明「熱力学－現代的な視点から」

清水明「熱力学の基礎 I」

量子力学

概要 古典物理学が物理量の値を予測するのに対し、量子力学は物理量の確率分布を予測する。そのような理論体系そのものの転換によって、量子力学は直感に反する事柄を数多く抱えているが、現在までに数多くの現象を上手く説明してきた。現代物理学を理解するためには避けては通れない分野である。

難易度 ☆☆

基本 シュレーディンガー方程式を解くこと（ブラケットで考えることは特に制限しない）

発展 散乱理論，対称性

主な前提知識

主な教科書

j.j.Sakurai「現代の量子力学」

谷村省吾「量子力学 10 講」

統計力学

概要 熱力学では踏み込まないマクロな系を構成する粒子に焦点を当てて、量子力学により記述されるミクロな系の性質から熱力学を説明しようとする体系である。多数の粒子を 1 つ 1 つ扱うのは非常に難しいので、代わりに確率論を使って統計的に系の様子を記述する。

難易度 ☆☆

基本 平衡統計力学，代表的な 3 つの統計集団について考えること

発展 量子統計，イジング模型，非平衡統計

主な前提知識 数理統計学，熱力学，量子力学

主な教科書

田崎晴明「統計力学 I・II」

流体力学

概要 空間的に広がりをもった物質を扱う連続体力学の中で、液体や気体といった流体を扱う分野である。ベクトル解析や複素解析を使った議論で、他と比べると計算量が多いが、身の回りにあふれている「流れ」という現象について記述する能力は非常に強力である。

難易度 ☆☆

基本 完全流体

発展 粘性流体，乱流

主な前提知識 ベクトル解析，複素解析，微分方程式

主な教科書

巽友正「流体力学」

今井功「流体力学」

2. 応用分野

量子情報

概要 近年盛り上がりを見せる量子コンピュータの基礎となっている量子エンタングルメントを扱う分野である。量子系に対する入出力を扱えるように量子力学を捉え直し、情報理論と組み合わせる量子系間の通信について論じる。ブラックホールや超弦理論への応用も考えられている。

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 量子力学, 線形代数

主な教科書

石坂智 他「量子情報科学入門」

固体物理学

概要 電磁気学や量子力学, 統計力学に基づいて, 固体に関する様々な物理現象について議論する. 自由電子気体やバンド理論, 超伝導など, 数多くの題材があるので, リレーセミナーをやる上での自由度はかなり高い.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 電磁気学, 量子力学, 統計力学

主な教科書

Ashcroft, Mermin 「Solid State Physics」

斯波弘行 「基礎の固体物理学」

場の量子論

概要 量子力学と特殊相対性理論をもとにした場の理論であり, 現代物理学の舞台ともいえる分野である. 素粒子理論では QED や QCD などがあり, 非相対論的な取り扱いによって物性理論でも応用される.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 解析力学, 量子力学, 特殊相対性理論

主な教科書

Peskin, Schroeder 「An Introduction To Quantum Field Theory」

川村嘉春 「基礎物理から理解するゲージ理論」

一般相対性理論

概要 すべての座標系において物理法則は不変という立場から重力を説明した理論である. 理解するためには比較的高度な数学が必要であるが, 重力波やブラックホールなど, 面白い話題は多い.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 解析力学, 特殊相対性理論

主な教科書

Wald 「General Relativity」

内山龍雄 「一般相対性理論」

プラズマ物理学

概要 分子が電離して飛び回っている状態をプラズマという. プラズマを導電性の流体とみなすことで, 磁気流体力学の方程式系で記述することが出来る. 特に宇宙ではプラズマと電磁波の相互作用が重要となり, 宇宙での電磁波放射の議論にプラズマは必要不可欠である.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 電磁気学, 流体力学

主な教科書

Chen 「Introduction to Plasma Physics」

光学

概要 小学生の頃から慣れ親しんでいる幾何光学から、波動光学、量子光学などの応用的な話まで分野の幅は広い。光は我々の身の回りにありふれたものであるというだけでなく、天文学の観測や物性実験など物理学の発展に無くてはならないものである。

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 電磁気学

主な教科書

Hecht 「Optics」