

RS班希望について

数学・物理教務係より

ここでは、主に初めて合同合宿に参加される方や一、二年生に向けて、教務係からのお知らせと、RS班リレーセミナー班の候補となる分野についての簡単な紹介文をのせています。何度も参加されている方は読み飛ばして頂いて構いません。

リレーセミナーの意義は、自分のあまり知らない分野についてその触りを知る機会を設けることと、多様な興味をもった参加者同士で交流を深めあいながら、今まであまり知ることのなかった数学や物理の側面に対し、教養を深めることにあります。勿論、個人によっては専門的な知識を身につけたいと思われている方はいるかもしれませんが、是非とも、面白そうだけどまだ手をつけられていない分野に挑戦してみてください。

ただし、分野の中には前提知識が必要なものもあり、そのうち特に重要と思われるものを下の説明に添えて掲載しました。これらの重要な基礎知識は、参加申し込みの際に必ず必要というわけではありませんが、活発な議論をし実りあるセミナーにするためにも、もし勉強していない場合は参加者同士で前もってオンラインセミナーを行うなどして、合宿前に勉強しておくことが望ましいです。

また、リレーセミナーの時間は限られているため、一分野の内容を完全に習得するのは不可能です。このことを念頭に置いておいてください。

班分けは申し込み締め切り三週間後の内定通知の際に連絡致しますが、第一希望の班に入れるとは限りません。前回は10人以上の方に第二希望以下に移っていただきました。そのことをご了承下さい。(少なくとも第三希望までに入れるように班分けを行うつもりです)

長くなりましたが、この説明文がRS班希望選択の参考になればと思います。無理のない範囲で挑戦的な選択を。

数学分野

可換代数

主に、数論や代数幾何との繋がりの大きい可換環論を学ぶ。

重要な基礎知識：代数 (群環体) の基礎

目安レベル：☆☆¹

教科書：Atiyah Macdonald 可換代数入門²

数論

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの (代数的整数論や解析的整数論) も可能。

重要な基礎知識：可換代数があれば高度なことができるがなくてもよい

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書：ハーディ 数論入門 I、ノイキルヒ 代数的整数論

微分幾何学

多様体上での微分を用いて、空間の曲がり具合を調べる分野。リーマン幾何学などを学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なものも可能。

重要な基礎知識：多様体

目安レベル：☆☆～☆☆☆

教科書：小林 曲線と曲面の微分幾何、ミルナー モース理論 (第 2 章 リーマン幾何への速成コース)

代数入門

代数学の基礎である、群論、環論、体論の基本を学ぶ。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆

教科書：堀田良之 代数入門-群と加群-

¹分野のレベルはあくまで参考です。ほぼ筆者の主観でつけています。

²教科書もあくまで一例ですが、図書館等で一読されることをお勧めします。

測度論とルベーグ積分

面積、体積、個数といった「大きさ」に関する概念を一般化した測度と、測度を用いてリーマン積分を一般化させたルベーグ積分を学ぶ。測度論は、解析学の諸場面で登場し、確率論や統計学でも用いられる。

重要な基礎知識：微積分

目安レベル：☆

教科書：伊藤清三 ルベーグ積分入門

多様体論

局所的にユークリッド空間と見なせる位相空間である多様体と、可微分性といったその持つ性質を学ぶ。多くの幾何学の基礎となっている。

重要な基礎知識：微積分、位相の初歩

目安レベル：☆

教科書：松本幸夫 多様体の基礎

数理論理学

「数学」の基礎となる「論理」について解析する分野。形式的体系の表現力や形式証明系の演繹の能力などを調べる。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆～☆☆

教科書：鹿島亮 数理論理学、キューネン 数理基礎論講義

微分方程式論

物理法則を記述する基礎方程式は多くが時間微分、空間微分を含む微分方程式であり、その解法が主に研究されてきた分野。常微分方程式論、あるいは興味に応じて力学系などを学ぶ。

重要な基礎知識：微積分

目安レベル：☆～☆☆

教科書：高野恭一 微分方程式

代数幾何学

多項式の零点のなす集合の幾何的な性質を、代数学を用いて調べる分野。メンバーの代数幾何に対する知識が十分であれば、専門性を深めてもよい。

重要な基礎知識：可換代数

目安レベル：☆☆☆～

教科書：マンフォード 代数幾何学講義、桂利行 代数幾何入門

位相幾何学

位相多様体や位相空間の性質を、代数的手法などを用いて調べる分野。空間を連続変形させたときに保たれる不変量に焦点を当てることが多い。

重要な基礎知識：多様体

目安レベル：☆☆☆

教科書：位相幾何学 加藤十吉

数理物理分野

物理学の幾何化

物理学の理論を数学、ひいては幾何学の言葉を用いて定式化を行う。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。前回はシンプレクティック幾何学を中心に行われた。

重要な基礎知識：多様体、基礎的な物理学

目安レベル：☆☆☆～

対称性の数理物理

物理学に度々現れる対称性と数学、ひいては代数学との関係を学ぶ。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。前回はリー代数の表現を中心に行われた。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、代数学の基礎

目安レベル：☆☆☆～

物理分野

解析力学

解析力学は、ニュートン力学を形式的に書き直した理論。ラグランジュ形式では、一般化座標で運動方程式が形不変になる。ラグランジュ形式に対応して得られるハミルトン形式は、量子力学へのステップとなる。解析力学は、量子力学をはじめとした他分野でも活躍する。数学にも影響を与えていて、シンプレクティック幾何学や力学系の一部は解析力学から始まった。

(重要な基礎知識) ニュートン力学など

電磁気学

電磁気学は応用上重要で、現代の日常生活を支えている。真空中ではマックスウェル方程式が基礎となる。マックスウェル方程式に備わるローレンツ共変性やゲージ対称性は、特殊相対性理論やゲージ理論へとつながった。
(重要な基礎知識) ベクトル解析、微分方程式など

流体力学

流体力学では、液体や気体といった”流れる”物体の運動を調べる理論である。実用上重要な学問で、流体力学なしに航空機の設計や天気予報を行うことはほぼ不可能であろう。一方、数学的にも深い内容を有しており、ソリトンや乱流は数学としても盛んに研究されている。粘性流体について成り立つナビエ-ストークス方程式を解くことはクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題に指定されている。流体力学をマスターした暁には100万ドルが入るかもしれない。
(重要な基礎知識) ベクトル解析、複素関数論、熱力学など

特殊相対性理論

特殊相対性理論は慣性系における時間と空間を記述する理論である。マックスウェル方程式は特殊相対論の要請を満たすので、電磁気学でも相対論的效果が表れることがある。ちなみに世界一有名な方程式 ($E = mc^2$) は特殊相対論で登場する。特殊相対論は場の量子論や一般相対論を学ぶのに必須の知識である。
(重要な基礎知識) 電磁気学など

量子力学

量子力学は電子や原子などミクロな系を記述するための物理である。位置、運動量などの物理量は量子論では、抽象的な「状態ベクトル」で表される。物性論、素粒子論などの現代物理学の基礎として重要である。
(重要な基礎知識) 解析力学、微分方程式など

統計力学

統計力学とはミクロな物理法則を基にマクロな系の性質を考える学問である。熱力学ではマクロな視点で分子の運動を考えたのに対し、統計力学では分子の運動(ミクロな系の動き)を熱力学と整合性がとれるように決めた確率モデルに当てはめて考える。ここで確率モデルをとることによる厳密性について詳細な議論をする必要はなく、それは統計力学はマクロな経験事実を基盤としていることからわかる。

(重要な基礎知識) 量子力学の基礎、熱力学など

♣ 場の量子論³

特殊相対性理論のもとでの場を基本変数とする量子力学。場を使うメリットはいくつかあるが、例えば、多体系を自然に表せることや、粒子の生成消滅を扱えることである。素粒子論として重要で、QCD やゲージ理論は場の量子論を基礎としている。物性や原子核、宇宙物理でも場の量子論が基礎として用いられる。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、量子力学、複素解析など

♣ 固体物理学

固体物理学は固体の性質を物理学の手法を用いてあきらかにする分野である。固体の構成や結合様式から、磁性、誘電体、半導体など様々な特性がうまれるため、扱う対象は幅広い。BCS 理論をはじめとした研究により、超電導現象が明らかになり、現在盛んに研究されている。

(重要な基礎知識) 量子力学、熱・統計力学など

♣ 量子情報

古典では情報は 2 進数を用いて 1,0 の列で表される。量子論で 2 準位系とみなせる系を qubit とよぶが、qubit は古典系と違い、状態は重ね合わせられる。多体系を用いると大量の重ね合わせが作られるので、効率よく計算ができるといわれている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

(重要な基礎知識) 量子力学など

³♣ は比較的高度なものを表します(物理分野のみ)。

◆ 一般相対性理論

特殊相対性理論を一般化して重力や非慣性系も扱えるようにした理論。ブラックホール、重力波などの現象が導ける。宇宙物理への応用としても重要である。去年直接観測された重力波は現在ホットな話題である。

(重要な基礎知識) 特殊相対性理論、多様体など