

いろいろな“数”の世界 ～存在を否定される者たち～

小林 慎一郎*

慶應義塾大学工学部数理科学科 2 年

2014 年 10 月 18 日

1 はじめに

一般に, 実多元体 D (大まかに言うと除法ができる多元環) に乗法的なノルムが定まっているとき, D を実ノルム多元体といいます. みなさんが日頃から使っている \mathbb{R} や \mathbb{C} は実ノルム多元体の例になっています.

実ノルム多元体に関して非常に驚くべき事実として, これらは同形を除いて $\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}, \mathbb{O}$ の 4 つしかないことが知られています. それぞれ次元は $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ になっています (\mathbb{H}, \mathbb{O} については講演中に説明します). なにか“タネや仕掛け”がありそうですよね. 今回, 僕は 3 次元の実ノルム多元体が存在しないことの証明を目標に話します.

2 講演内容

まず複素数体 \mathbb{C} , 4 元数体 \mathbb{H} , 8 元数体 \mathbb{O} を紹介し, 次に目標のために使ういくつかの概念を用意して, それらに関するいくつかの命題を紹介します. 具体的には, 写像のホモトピー, 回転数, ベクトル場の指数を導入します. そして目標の主張を示していきます. もし時間が余ったら, 実ノルム多元体が 4 種類しかないことがどのようにして示されるか, その流れを見ていこうと思います. 発表者が代数的トポロジー初心者という, 地雷感がプンプンする発表をお楽しみください!

参考文献

- [1] 梶田幹也, 代数的トポロジー, 朝倉書店
- [2] 服部昌夫, 位相幾何学, 岩波書店
- [3] I.R. シャファレヴィッチ著, 蟹江幸博訳, 代数学とは何か, 丸善出版

* kobashinichi@a7.keio.jp