

幾何学のトイボックス 入門として

慶應義塾大学理工学部
物理学科 2年 工藤 勇

14/11/08

1 幾何学のイントロ

幾何学談話会によろこそ！私の講演はつまりこれから始まる幾何学談話会の本編の前座となります。現代幾何学において扱われるのは直感で捉えやすいユークリッド空間と言うよりかは、寧ろより一般的な空間を扱うという点において多様体というオブジェクトを考察の対象とします。多様体も様々ですが今回は主にそこで微分ができる関数や写像が定義できる可微分多様体について紹介したいと思います。一般的な空間と書きましたが、多様体では様々なものを局所的に見ていきます。くだけて言ってしまうと、まず多様体をその上の各点の周りを描いたユークリッドな地図を用意して、その何枚かの地図で全体を覆えるとします。そうすると全体としてはユークリッドな空間にあることを仮定しなくても各点の近くでユークリッドで見ることができて且つその上で可微分な関数や写像を考えることができるようになります。つまり我々は対象とする空間の背後にある背景を見ずとも考えたい辺りに立って議論をすることができるのです（まるで社会から目を逸らす我々...のようではない）。また多様体上の構造を見るような数も存在しています。というように様々に強力な性質を持った多様体について、その基礎としての紹介をしていきたいと考えています。

2 abstract

基本的に多様体の定義とその周辺概念について説明していきます。その際イメージとして図を提示したり、example と組にして肉付けを行っていきます。全体としては一貫して、多様体上でどのようなことを考えているのかを明示することを意識して話しますが、その点に関しては講演者の技量に大きく依存するところです。講演を通して様々な多様体周辺概念を、子供がおもちゃ箱からおもちゃをぶちまけるように提示していくので、その後に聴講者が諸概念、ひいては多様体自体に興味を持てるような講演にしていきたいと考えています。

参考文献

今回主に [1],[2],[3] を参照した。[1] は有名な多様体の教科書であり、記述は丁寧であるので入門には適しているが、筆者の言うとおりの内容はその厚さを反映していない。[2] は微分形式の教科書で、具体例と題材が豊富である。同じ筆者の書いた [4] と合わせて読むのもいいかもしれない。[3] も同じく微分形式をテーマとした本となっているが扱っているトピックが極めて豊富で且つ分かりやすいものとなっている。ただ

絶版状態であるのが残念なところである．[5] は古くからある本で有名で，リー群についての記載がある．

- [1] 松本幸夫 多様体の基礎 基礎数学 5 東京大学出版会
- [2] 坪井俊 幾何学 III 微分形式 大学数学の入門 6 東京大学出版会
- [3] 森田茂之 微分形式の幾何学 岩波書店
- [4] 坪井俊 幾何学 I 多様体入門 大学数学の入門 4 東京大学出版会
- [5] 松島与三 多様体入門 数学選書 5 裳華房