多様体の微分構造

山室 孝之
東京理科大学理学部第一部数学科 4 年

2014 年 11 月 8 日

1　はじめに

ドラえもんのひみつ道具は 22 世紀設定なだけに未来への夢と希望が詰まっている. なかでも「4 次元ポケット」と「タイムマシン」は 4 次元と Wikipedia で調べてみて「物理学における 4 次元」の例に挙がるほど, 未来的かつ教育的なドラえもんを象徴するひみつ道具である. Wikipedia を参照するとこの 2 つの道具の 4 つ目の次元は互いに意味合いが違うそうだ. 便利だなぁ 4 次元, 不思議だなぁ 4 次元 (KONAMI). 不思議に思うことは他にもある. 4 次元 Euclid 空間には無限個の微分構造があるそうだ.
本講演は多様体の微分構造について勉強すれば何か 4 次元のことが分かるのではと Seiberg-Witten 不変量の書物を手に取った[*1]私の数ヶ月の戦いを 1 時間に濃縮した悲劇の物語である.

2　講演内容

Seiberg-Witten 不変量とは U(1)-接続と Spinor 束の切断 (Spinor 場) を未知関数とする Seiberg-Wiitten 方程式の Moduli 空間から作られる多様体の微分構造に関する不変量である. この不変量の定義をするために必要な幾何, 代数, 解析に関する前提知識[*2]は必要最低限な程度に紹介し早々と Seiberg-Witten 不変量を定義し, 具体的に Kähler 多様体の Seiberg-Witten 不変量を計算することによりいくつかの基礎的と思われる結果を示したいと思う.

参考文献

[1] J.D.Moore, Lecture on Seiberg-Witten Invariants, Springer, 2001.
[2] L.I. Nicolaescu, Notes on Seiberg-Witten Theory, American Mathematical Society, 2000.
[3] J.W. モーガン, サイバーグ・ウィッテン理論とトポロジー, 培風館, 1998 (二木昭人訳).
[4] 森田成之, 微分形式の幾何学, 岩波書店, 1996.
[5] 小林昭七, 接続の微分幾何とゲージ理論, 裳華房, 1989.
[6] 伊藤光弘-茂木勇, 微分幾何とゲージ理論, 共立出版, 1986.

*1 正直に言うと手に取った理由はそんな純粋無垢な理由ではないですごめんなさい× 100
*2 ベクトル束の接続やクリフォード代数や Dirac 作用素等