結び目の不変量

工藤 勇
慶應義塾大学理工学部物理学科 3 年

2015 年 11 月 28 日

1　はじめに

結び目理論は絡まった紐について、その紐の端と端をつないだ「閉じた」結び目について数学的な考察を行うトポロジーの 1 つの分野です。

この理論の大きな目標の 1 つとして、その絡まり具合から定まる結び目の種類がどれくらいあるのか、という結び目の分類の問題があります。まず、ある 2 つの（言ってしまえば一見異なる見え方をした）結び目が存在してそれらが同じ絡まり方をした結び目かどうかは、Reidemeister 変形と呼ばれる基本的な 3 つの変形の組み合わせで互いに移り合えるか、という問題と同値となります。

この時、結び目が同じであることを示す上では一方の結び目からもう一方の結び目へ移す過程としての Reidemeister 変形の列が実際に存在するか、という問題へと帰着できますが、それとは逆にそれらが互いに異なるということを変形を通して数学的に示すことは一般に難しい問題となります。そこで、ある量がそれぞれの結び目に与えられて、その量を通して結び目の比較が出来るとすればどうでしょうか。つまり 2 つの結び目があった時、与えられたその量が互いに異なれば、それら結び目は異なる結び目である、ということが言える量です。もしそのような量が存在すれば、私達はその都度、もしかすると終わりの見えないかもしれない連続変形をすることなくただ各結び目に対して与えられた量を比較するだけで、少なくともその量が異なる分には結び目が異なることが言えることになります。またその量に対する条件として、上の基本的な変形を通して不変であるということが必要になりますが、このことからそれらの量は結び目の基本的変形の範疇では値を不変に保つ結び目の不変量と呼ばれることになります。

結び目の不変量には 3 次元 Euclid 空間における結び目の補空間の基本群（これを結び目群といいます）等の位相不変量から、1983 年に V.F.R.Jones によって発見された Jones 多項式を代表とするような量子不変量と呼ばれるものまで様々に存在しますが、今回の講演で

はそれら不変量の一端についてご紹介出来ればと思います。

2　講演内容

結び目理論の紹介をほどほどに、話の本体として位相不変量について結び目群を、量子不変量については Jones 多項式を取り上げて、それら不変量によって結び目がどのように分類されていくかを見ていきます。その後はその先の理論の話などを時間が許す限りで話す予定です。全体として予備知識は要求しないように発表する予定ですが、補わなければならない部分や定理命題の証明の大部分についてはレジュメの方で補完する予定です。

話そのものは至ってラフに行うつもりなので、小話という程度にリラックスして聞いていただけると幸いです。

参考文献

[1] 大槻 知忠 結び目の不変量 共立出版 2015

[2] R.H.Crowell R.H.Fox Introduction to Knot Theory Springer-Verlag 1977

[3] 神保 道夫 量子群とヤン・バクスター方程式 シュプリンガー現代数学シリーズ シュプリンガー・フェアラーク東京 1990

[4] 村上 順 すうがくの風景 3 結び目と量子群 朝倉書店 2000

[5] A.Hatcher Algebraic Topology Cambridge University Press 2001