

ベルヌーイ多項式とその応用

広島大学 数学科 3年 前田智紀

2015年6月13日

1 はじめに

春の談話会では新入生を主な対象にするということであったので、新入生でも興味を持ってそうな内容として解析的数論を選びました。ベルヌーイ多項式 $B_n(x)$ はいろいろな定義の仕方がありますが、ここでは有理数を係数とする多項式 f に対して定まる

$$I(f) = \int_x^{x+1} f(y) dy$$

を用いて多項式

$$B_n(x) = I^{-1}(x^n)$$

で定義します。「ベルヌーイ多項式とその応用」とあるのですが、現実社会への応用ではなくベルヌーイ多項式を使ってこんなことができますよ〜という話です。おそらく時間の関係でベルヌーイ多項式からリーマン・ゼータ関数の偶数値を求めることがメインになると思います。ざっくり細かいところを無視すれば高校レベルの微積分がわかれば雰囲気がわかると思います。

2 講演内容

ベルヌーイ多項式とベルヌーイ数を定義していくつかベルヌーイ多項式に関する命題を紹介しようと思います。その後簡単に複素積分について説明して、それを用いてベルヌーイ多項式から得られるある命題を証明しようと思います。その定理を用いるとリーマン・ゼータ関数の偶数値が求められるという流れです。もし時間が余れば定理を用いて

$$\pi^{-p-q-r} \sum_{\substack{m,n,l \in \mathbb{Z} \\ m,n,l \neq 0, am+bn+l=0}} \frac{1}{m^p n^q l^r} \in \mathbb{Q}$$

を証明したいと思います。

参考文献

- [1] 金子昌信, 伊吹山知義, 荒川恒男, ベルヌーイ数とゼータ関数, 牧野書店 (2001)
- [2] L.V.Ahlfors, 笠原 乾吉 (訳), 複素解析, 現代数学社 (1982)
- [3] 神保 道夫, 複素関数入門 (現代数学への入門), 岩波書店 (2003)