線型代数学入門 - Jordan 標準形

大阪大学理学部数学科 3 年
丹野真人

2015 年 6 月 14 日

1　はじめに

有限次元の線型空間は, 適当な対応によって高校のときに親しんだ数ベクトル空間と同型であることが分かります. 数ベクトル空間と同型であることから, 抽象的なものだった線型写像が,“行列”という目に見やすい形で書き表すことができます. 今回の話を通じて, 抽象的なものが目に見えるようになる楽しさを少しでも感じてもらえればと思います.

2　講演内容

適当な対応を考えれば線型写像と行列を同一視できると言いましたが, その対応が変化したときに行列はどのように変化するのか考えたくなります. 線型写像を出来るだけ簡単な行列で表現するためにはどのような対応[*1]を考えれば良いのか, ということを主軸に話して行きたいと思います (その簡単な行列表示の 1 つが Jordan 標準形と言われるものです). この講演ではできるだけ具体例の計算等を紹介したいと思います. また, 余裕があれば Jordan 標準形を求めることの利点や応用等も述べたいと思います.

前提知識としては行列や行列式の定義と, それらの持つ簡単な性質についての知識を仮定する予定です (1 年生がこの時期までに授業で習う範囲で理解出来るように努めます).

参考文献

[1] 西山享, 『重点解説ジョルダン標準系 行列の標準形と分解をめぐって』, 臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ-77
[2] 佐武一郎, 『線型代数学』, 裳華房
[3] 斎藤毅, 『線形代数の世界 : 抽象数学の入り口』, 東京大学出版
[4] 長岡亮介, 『線型代数入門講義 – 現代数学の《技法》と《心》 – 』, 東京図書

[*1] つまり, どのような基底でもって行列表示を考えれば良いのか