

# 量子力学と作用素環

紅村 冬大

慶應義塾大学数理科学科 3 年

2015 年 12 月 5 日

## 1 はじめに

量子力学の本を開くと「状態は Hilbert 空間の単位ベクトル, 物理量は自己共役作用素によって表される」などという呪文を唱えられツライ思いをします (僕だけかもしれませんが). また, 物理の本で息を吐くように使われる数学は, 真面目にやってみると案外難しかったりします (共役作用素の存在などは案外非自明です). 本講演では普段あまり意識しない量子論の数学的枠組みや, それに必要な数学の話をしようと思います. 後半では, 物理量がなす集合として作用素環 (本講演では  $C^*$  環) を導入し, 作用素環による量子論の定式化 (代数的量子論) と標準的な量子論を比較してみようと思います. 余裕があったら発展的なトピックについて喋ります.

## 2 講演内容

具体的な内容としては

- ★ 基本的な Hilbert 空間論 (有界線形作用素のなす環,  $*$  構造など).
- ★ 量子論の標準的な定式化, ロバートソンの不等式.
- ★ 作用素環の定義や基本事項と代数的量子論.
- ★ Gelfand-Naimark 双対性や GNS 構成など作用素環論の定理と, それらの物理的な意味.
- ★ 発展的な話題 ( $C^*$  環や von Neumann 環の力学系, Tomita-Takesaki theory や KMS state, Micro-macro duality など).

について扱う予定です. 発展的な話題は発表者の実力上喋れないと思います. 証明は細部まで扱いませんが, 難しい箇所の何が難しいかが伝わるようなるべく努力します. 物理的な素養はそもそも発表者がほとんど無いので必要ありません.

## 参考文献

- [Hia] 日合 文雄, 柳 研二郎, ヒルベルト空間と線形作用素, 牧野書店, 1995 年  
[Iku] 生西 明夫, 作用素環入門 I,II, 岩波書店, 2007 年  
[Sim] 清水 明, 新版 量子力学の基礎, サイエンス社, 2004 年  
[Ozi] 小嶋 泉, 量子場とマイクロマクロ双対性, 丸善出版株式会社, 2013 年  
[Ara] 荒木 不二洋, 量子場の数理, 岩波書店, 2001 年