

写像をつくろう

工藤勇

慶應義塾大学理工学部物理学科 3 年

2015 年 5 月 9 日

1 はじめに

こんにちは。KO3 年の工藤といいます。今回の講演はタイトルの通り、写像を構成することを目標としています。春の談話会ということで写像とはなんぞや？という人（主に 1 年生）も多いかもしれません。写像は集合の要素と要素を繋ぐようなとても基本的な概念です。集合あるところに写像あり（別に空集合上でも定義出来るものもありますが）と言える写像ですが、これをつかって私達には色々とできることがあります。例えば集合と集合を比較することができます。代数学で特に考えられることではありますが、集合に対してその要素と要素の間に演算が定義されることで代数的構造が入ります。代数学で基本となる写像はその構造を保持するように集合と別の集合（もしくは元の集合自身）の要素間を対応させる、準同型という写像です。この準同型を用いることによって異なる集合間の構造の対応を見たりすることが出来るわけです。また空間もまた空間上の点の集まりとして集合と見ることが出来るわけですが、その空間の滑らかさを調べる上で所謂滑らかな写像を使ったりすることもあります。その滑らかさの度合いは写像をどれだけ微分できるか、ということから言えるわけですが、このような写像を扱うことから可微分多様体を中心とした微分幾何学での考え方へとつながっていきます（そもそものこの話のモチベーションは幾何学にあります）。また写像と集合を組にしてより包括的に扱った数学の分野である圏論も現代数学における重要な基礎の 1 つとなっています。このように普遍的に存在し、数学をやっていく中で目となり、手や足となる写像について、代数学の基礎を中心にして紹介したいと思います。

2 講演内容

前提知識をあまり仮定せず、入門としての集合論と代数学の基礎を中心として写像について考えていきます。扱う具体例としてまず代数の基礎における証明を扱ったものから始めて、なるべく多く扱いたいと考えています。時間次第ではおまけ程度に発展的な内容を紹介するかもしれません。（尚参考文献については増える可能性があります）

参考文献

- [1] 雪江明彦 2010 代数学 1 群論入門 日本評論社
- [2] 雪江明彦 2010 代数学 2 環と体とガロア理論 日本評論社
- [3] 河田敬義 1977 ホモロジー代数 I (岩波基礎数学) 岩波書店
- [4] Steve Awodey 2006 Category Theory(Oxford Logic Guides) Oxford University Press