

# 有限群の歩き方

佐藤僚亮

九州大学理学部数学科 3 年

2015 年 12 月 20 日

## 1 はじめに

誰しもがトランプで遊んだことがあるだろう。おおよそのトランプゲームはカードシャッフルから始まる。カードシャッフルとは数学的には何であろうか。数学ではハートだとかクローバーだとかいうカードの種類は関係ないので、ただの 52 枚のカードがあると考えてみる。わかりやすいように  $1, 2, \dots, 52$  と、カードには番号が書いてあるとする。(ここまでのともはやトランプとは関係なくなってしまうが...) 初めに順番に並んでいたカード達は、シャッフルすることによってバラバラの順番になっていく。

さて、このセミナー発表で話す内容は「カードを何回シャッフルすれば十分バラバラになるか」という疑問を背景にしている。この疑問には Diaconis という数学者が答えを与えた。この問いへのアプローチとして重要だったのは、カードシャッフルを群上のランダムウォークとして捉える視点である。(わかる人のために書いておくと、カードシャッフルとは対称群上のランダムウォークである。) 故にセミナーでは群上のランダムウォークについて扱いたい。これが発表タイトルの理由である。

## 2 講演内容

今回の発表は、主に文献 [1] の内容を参考に行っている。これは有限群の表現論と呼ばれるものについて書かれたものである。発表では、数学を専門にしていない方達のためにも群の定義を出発点にする。そして、Introduction で挙げたようなモチベーションを踏まえつつ簡単な例で群上のランダムウォークを観察してみる。上で色々語っておいて何だが、カードシャッフルの例は(自分にとっても)難しいので触れない。(わかる人のために書いておくとアーベル群でないのが難しい。)

発表では、ランダムウォークを解析するのに必要な道具として、表現論やフーリエ解析について話す予定だが、厳密さよりも話の流れがわかりやすいようなセミナー発表にするつも

りである。そして、カードシャッフルよりも簡単な例でランダムウォークの観察をしよう。(これもわかる人のために書いておくとアーベル群を扱うという意味である。)

## 参考文献

- [1] Benjamin Steinberg ,”Representation Theory of Finite Groups An Introductory Approach”, Springer(2012)
- [2] Persi Diaconis ,”Group Representations in Probability and Statistics”, Institute of Mathematical Statistics(1988)