

# 超準解析と物理学

## ～ 超準解析は観測問題を解くか？ ～

荒井駿

京都大学理学部 理学科 2 年

2015 年 12 月 19 日

### 1 はじめに

物理学ではよく数学的な厳密性から離れて、理想的な極限操作をします。例えば、熱力学の準静的過程などがこれにあたります。このような操作は実際に可能かどうか以上に数学的に”アヤシイ”議論です。実際には、観測誤差などの評価をすることで数学的にも厳密な議論をすることは可能ですが、そういう数学的厳密性を保証しなくても、このような物理的直感が正しいことは、皆なんとなく知っています。

実はこのような直感的操作を、厳密さを保証しながら行うことのできる数学の体系があります。超準解析です。超準解析は無小と無限大を元として取れるような体系だとよく説明されていますが、実はそれ以上に物理、そして私たちの直感をうまく表現できる体系なのです。超準解析を用いれば物理的直感に従いながら数学的厳密性がとても簡単に保証されます。今回は超準解析と物理学の相性の良さを説明し、さらにもう一歩進んで、超準解析から新しいことがわかるかということを考えます。

### 2 講義内容

まず超準解析について、簡単にどういうものなのかを説明し、物理の操作と非常にマッチしていることを見ていきます。次にこれまた超準解析と相性が良いとされる観測について、量子力学の観測問題に焦点を当てて説明します。最後に超準解析によって物理学が発展するかということを考えます。

### 参考文献

- [1] M. O. Farrukh, "Application of nonstandard analysis to quantum mechanics." AIP Publishing, Journal of Mathematical Physics 16, 177 (1975).
- [2] J.v.Neumann 井上健・広重徹・恒藤敏彦共訳「量子力学の数学的基礎」みすず書房 第1版第26刷 (2014).
- [3] 小澤正直 「無限小解析 と観測問題」素粒子論研究 83(6) F100-F117 (1991).
- [4] 小林庸浩 「物理学と超準解析—量子論と古典論の統一—」素粒子論研究 89(6), 211-259(1994).
- [5] 小林庸浩 「物理学と超準解析 II—なぜ量子力学には観測問題があるのか—」素粒子論研究 92(6), 61-73(1996).
- [6] 中村徹 「超準解析と物理学」日本評論社 第1版第2刷 (2012).
- [7] 小澤正直 「量子情報の数学的基礎：量子測定理論と量子集合論」  
[http://mathsoc.jp/meeting/sougou/2008aki/2008\\_aki\\_ozawa.pdf](http://mathsoc.jp/meeting/sougou/2008aki/2008_aki_ozawa.pdf)