

まぼろしの数値解のヒミツ

水上 翔太

早稲田大学先進理工学部応用物理学科 4 年

2015 年 5 月 30 日

1 はじめに

我々の住んでいる世界で起こる現象はさまざまなモデルで表現されます。そのモデルが方程式であるならば、その方程式を解くことで、どのような現象が起こるのかが判るでしょう。しかし残念なことに、どんな方程式でも一般解がわかるわけではありません。例えば、川の水や空気の流れといった流体の運動を記述する「ナビエーストックス方程式」と呼ばれる偏微分方程式があります。ナビエ氏がこの方程式を記した論文を提出したのは 1822 年のことですが、それから 200 年近く経ったいまでも、この方程式の一般解は見つからないどころか、求めることができるかどうかすら分からないのです。

今日では、このように解を求めることが困難な方程式を解くための強力な手段として、コンピュータによる数値計算が行われています。しかしながら、便利な数値計算も万能な訳ではありません。使い方を誤れば、小学生が算数の授業であつかうような小数の計算問題ですら、大幅に誤った答えをはじき出すこともあるのです。

さて、数値計算とは果たしてどの程度信頼できるものなのでしょうか？数値計算によって得られた解と、「正しい解」はどの程度離れているのでしょうか？以上のようなことを踏まえて、本公演では、数値計算の意外な落とし穴と精度保証の理論の紹介を行おうと思います。

2 講演内容

はじめに問題提起として、数値解が真の解と大幅に異なるような問題を紹介しようと思います。このようなケースはまれではあるものの、数値計算の不完全性について考えるきっかけになるでしょう。その次に、具体的に数値計算と真の解のあいだの誤差を評価することを考えていきます。例えば、「区間演算」という方法で精度を保証することが考えられます。1 つ 1 つの数をそのまま足したり引いたりして計算するのではなく、計算機で表現できる数を両端に持つような、幅を持った「区間」どうしを使って計算するという方法です。最後に、時間の許す限り、紹介した方法を物理などのさまざまな問題に応用する例を紹介したいと思います。

参考文献

- [1] 中尾充宏, 渡部善隆 「実例で学ぶ精度保証付き数値計算」(臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ, サイエンス社, 2011)
- [2] Olli Mali, Pekka Neittaanmki, Sergey Repin 「Accuracy Verification Methods: Theory and Algorithms」(Computational Methods in Applied Sciences, Springer Netherlands, 2014)
- [3] G. Alefeld, X. Chen (Eds.) 「Topics in Numerical Analysis With Special Emphasis on Nonlinear Problems」(Springer-Verlag Wien, 2001)