

# 数学を数学するお話

近藤 友祐

神戸大学工学部電気電子工学科 3 年

2016 年 6 月 19 日

## 1 はじめに

20 世紀前半に隆盛を極めた数学の基礎付け運動は、現在では数理論理学と呼ばれる数学の一大分野の源流となった。数学の基礎付けという問題意識の中で、数学の営みを有限記号列の有限的操作として表現しようとする「数学の形式的体系」という考え方が生み出された。きわめて狭義には、数学の形式的体系についての数学が数理論理学である。本講演では、そのような形式的体系のうちもっとも重要なものの 1 つである古典一階述語論理と、その枠組みの中で展開される公理的集合論について紹介したい。

## 2 講演内容

次のような 4 部構成を予定している。第 1 部では、無限集合を素朴に扱う立場からいくつかの集合論のパラドクスを紹介する。第 2 部では、集合論の「外側」で述語論理と公理的集合論を導入する。第 3 部では、集合論の中で順序数論や基数論を展開する。第 4 部では再び述語論理を論じるが、今度は集合論の「内側」で扱う。

学部 1,2 年生をターゲットとしているので、予備知識無しでも議論の大筋がフォローできるように心がける。しかし、集合や関数に関するごく基本的な言葉遣いや事実 (例えば全射や単射、冪集合といった言葉遣いや、 $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Q}|$  だが  $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$  であるといった事実) を知っていれば議論の細部までフォローできる。

## 参考文献

- [1] K.Kunen, *Set Theory*, Collage Publications, 2011.
- [2] 菊池誠, 『不完全性定理』, 共立出版, 2014.