

解析力学超超超入門

京都大学理学部理学科 2 回生 川口真世

2016 年 6 月 25 日

1 はじめに

イギリスの物理学者 Isaac Newton によって定式化された Newton 力学により、物体の運動は定量的に理解、予測を行えるようになった。Newton 力学で用いられる考え方は言うまでもなく、その後の物理学の根幹となり、今でもその理論体系なくして現代物理学を語ることはできない。

Newton によって確立した力学体系は、その後多くの科学者の手によりさらに厳密な体系になっていく。Bernoulli、Euler、d'Alembert など科学者の名前を出すに、枚挙にいとまがない。

一方 Newton と同時期に活躍し、よきライバルであった Leibniz は Newton 力学とは異なった体系を考えていた。Newton 力学が力の作用の大きさを、その力によって生ずる運動量の変化によって表されるとする一方で、Leibniz は運動エネルギーから、その力のなす仕事を記述し、そこから仕事の関数を求めようとした。その後の大成をみたのは Newton 力学であるが、この Leibniz の力学は現代の「解析力学」に通じるところが見られる。

時は移り 18 世紀、フランスで生まれた Lagrange によって Newton 力学は解析学に適用しやすい形に改良された。Newton 力学は幾何学的特徴に頼るところが大きいという欠点があったが、Lagrange は「最小作用の原理」に基づいた解析的な力学を展開した。一般化された座標で展開されるこの Lagrange 力学は、最小作用の原理からエネルギー保存則を用いて、物質の運動を一意に決定することができる。

一方で 19 世紀、イギリスの Hamilton によって Newton 力学は Lagrange とは異なった再定式が行われた。仕事の関数が時間に陽に依存するような系では、エネルギー保存則は成立せず、Lagrange 力学は適用することはできない。Hamilton 力学では経路だけではなく、時間的変化も任意であってもよい。Hamilton 力学によってその適用できる範囲はさらに広がったといえることができる。

なお、Lagrange、Hamilton によって定式化された力学の考え方はどちらも力学の範疇を越え、電磁気学や量子力学にまで応用されている。彼らの功績も、物理学に大きな影響を及ぼしたことは言うまでもないことだ。

2 講演内容

解析力学という分野が初学の人にとってなじみにくい分野であるのは、解析的に理解しようとする故に、抽象化され、物理であるのに現実離れた話をしているかのように聞こえるからなのかもしれない。確かに一般化された座標の上で記述される体系は、決して現実世界にイメージすることはできない。しかし物理学である以上それが演繹的に一般化された美しい体系であることは間違いない。今回は Lagrange 力学の根幹となる

最小作用の原理から Euler-Lagrange 方程式を導くことを目標とする。時間の都合上、Lagrangian の対称性、Hamilton 力学については言及はできないが、Euler-Lagrange 方程式は別に Hamilton 力学と全く関係のない代物ではない。Lagrange 力学と Hamilton 力学は密接に絡み合っていて、解析力学という大きな体系を打ち立てているのである。

なお講演の対象は高校物理、数学の知識のある一回生以上の学部生である。

3 参考文献

- [1] ゴールドスタイン、サーフコ、ポール (2006) 『古典力学』吉岡書店
- [2] 畑浩之 (2014) 基幹講座物理学『解析力学』東京図書
- [3] 山本義隆、中村孔一 (1998) 朝倉物理学体系 1 『解析力学』朝倉書店
- [4] 江沢洋 (2007) 新物理学シリーズ『解析力学』培風館
- [5] 山本義隆 (1981) 『重力と力学的世界—古典としての古典力学』現代数学社
- [6] Cornelius Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics* Dover Books on Physics, (1986)