

双曲幾何入門

早稲田大学基幹理工数学科 2 年 宮澤仁 *

2016 年 5 月 22 日

1 はじめに

双曲幾何は、19 世紀の初めにロバチェフスキー、ボヤイといった数学者たちによって発見された幾何学である。発見の発端となったのはユークリッド幾何学の平行線公理 (直線 l 上にない点 p を通る l と平行な直線はただ 1 つにかぎることと同値) である。この公理はユークリッド幾何学のほかの公理よりも複雑で、有界な範囲で作図をしても検証できないため、長い間他の公理から導くための努力がなされた。しかし、平行線公理以外のすべての公理が成り立つ双曲幾何の発見により、平行線公理はほかの公理とは独立であることが示された。以上が双曲幾何誕生の経緯である。しかしながら、双曲幾何は単に平行線公理の独立性を示すのに役立っただけでなく、それ自体が興味深い対象である。今回の発表では、特に新入生の皆さんが楽しめるよう、高校数学の知識を前提にして、双曲面モデルといわれる双曲幾何のモデルを用いて双曲幾何の面白い定理のほんの一部を紹介したい。

2 講演内容

ユークリッド幾何学では、次が成り立つ。

定理 1 平面を互いに合同な k 角形で互いに辺と頂点以外で重ならないように覆い尽くせるのは、 k が 3, 4, 5, 6 のときだけである。

しかしながら双曲幾何の世界では、次のような、我々の日常的な感覚からすると不思議に思える定理が成り立つ。

定理 2 k を 3 以上の整数とすると、平面を互いに合同な k 角形で互いに辺と頂点以外が重ならないように覆い尽くせる。

* n.jzbabxb-j@akane.waseda.jp

この定理を示すことを目標に、双曲幾何の基本的な事柄や双曲幾何特有の現象を見ていきたいとおもう。

3 参考文献

参考文献

- [1] 深谷賢治 双曲幾何 岩波講座 現代数学への入門 16、岩波書店、1996
- [2] 小島定吉 多角形の現代幾何学 増補版 数理情報科学シリーズ 1、牧野書店、1999
- [3] 相馬輝彦 双曲幾何学 数学セミナー vol.55 no.5 655
- [4] 日本数学会編 岩波 数学辞典 岩波書店、第3版、1985