

# トポロジー入門

お茶の水女子大学理学部数学科 2 年 堀 百花 \*

2016 年 5 月 22 日

## 1 Abstract

唐突だが、同一視の基準にはどんなものがあるだろうか。我々が知っているものとして、例えば相似などがある。これは、拡大縮小、回転、平行移動、裏返しなどの違いを無視して同じと見る基準であった。今回は、トポロジーにおける同一視の基準を 2 つ紹介したいと思う。トポロジーは“やわらかい幾何学”とも言われるように、“やわらかい”変化で移り合う図形を**同一視**して調べる分野である。トポロジーの見方では、“やわらかい変化”による違いを無視して考え、例えばドーナツとコーヒーカップ、円周と四角形の枠などは同じものに見えるのである。

このような新しいものの見方が与えられたとき、その見方で何と何が違うのか、同じなのか、ということをはっきりさせたいと思うだろう。しかし、一般に、定義に則してそれらに関係がないことを示すのは難しい。そこで、「関係があるものの中で変わらない性質」に着目する。このような性質この性質が数や代数的なものとき、**不変量**という。今回はその例として**回転数**というものを紹介し、その応用としていくつか定理を示してみたいと思う。不変量がトポロジストたちの主な関心事であるということが伝われば幸いである。前提知識は必要なく、新入生にも理解できるように努めるので、ぜひ気軽に遊びに来て欲しい。

## 2 Contents

- やわらかい幾何学と不変量 … 同相, ホモトピック, 不変量, Euler 数
- 回転数 … Brouwer の不動点定理, 代数学の基本定理
- ベクトル場 … つむじの定理, Poincaré-Hopf

---

\* momokahori124@gmail.com

### 3 References

1. J. Milnor, “*Topology from the differentiable Viewpoint*”, The University Press of Virginia Charlottesville, 1965
2. 栞田幹夫, 「代数的トポロジー」, 講座 数学の考え方 15, 朝倉書店, 2002