

確率過程とその応用

京都大学理学部理学科 1 回生 田中敬也

2016 年 12 月 3 日 (土)

1 はじめに

株価の変動や、通信回線に混入するノイズ、または水面を動く花粉から出た微粒子の運動など、時間とともに変動する確率変数を確率過程と言います。これらの概念は偶然性を持つ現象の解析に重要な役割を果たし、物理や数理ファイナンスなどに広く応用されています。またそこから発展する確率微分方程式も、様々な偏微分方程式との関わりを持ち、気象研究へのアプローチとしても使われたりします。歴史的にはこの確率解析の分野はロバート・ブラウンが 1827 年(1828 年という記述もある)に発表した物が始まりです。今ではブラウン運動と呼ばれるこの花粉から出た微粒子が不規則に動くという現象を、1905 年にアインシュタインが理論付けました。その後、1942 年、伊藤清によって確率過程を解析するための手段として伊藤積分や確率微分方程式などの確率解析という分野が作られます。これによって偶然性がある現象を数理モデルで表現することができました。その応用は多岐に渡り、有名な物では 1973 年のフィッシャー・ブラックとマイロン・ショールズによるブラック-ショールズ方程式という数理ファイナンスへの応用があり、現在でも様々な応用、研究が生まれています。

2 講演内容

先の通り、様々な発展がある確率解析ですが、測度を用いた確率論は難しいからとっつきにくりという印象を受ける方もいらっしゃるようです。本講演では、主に参考文献 [1] に沿ってまずブラウン運動がどのようにモデル化できるか、という具体例から、ブラウン運動が満たす関係式として Wiener 過程を導入し、それらが Riemann-Stieltjes 積分では定義できないこと、また定義できるように伊藤積分を導入する様子を見ます。その後伊藤の公式とマルチンゲールという概念を理解し、確率微分方程式を定義し、その応用を見ていきたいと思えます。その中で適宜測度論について触れていきます。時間

の関係上、確率解析の基礎と導入の部分を多めにとり、応用は軽く見ていくことになる駆け足での講義になるかと思いますが、今後の勉強や研究の題材や道具として確率論に興味を持っていただければと思います。また、前提知識としては特に要求しませんが、測度論や統計の用語に慣れていれば聞きやすいかと思います。

3 参考文献

[1]石村 直之(2014), 数学のかんどころ(26) 確率微分方程式入門—数理ファイナンスへの応用— 共立出版

[2]小川重義(2005), シリーズ〈金融工学の基礎〉(6) 確率解析と伊藤過程 朝倉書店

[3]舟木 直久(2004), 講座数学の考え方(20) 確率論 朝倉書店

[4]松本 裕行(2004), 臨時別冊・数理科学 2004 年 11 月「応用のための 確率論・確率過程」～ Introduction to Probability Theory and Stochastic Processes ～ サイエンス社

[5]保江 邦夫(1999), すうがくぶっくす(18) 確率微分方程式 入門前夜 朝倉書店

[6]保江 邦夫(2000), すうがくぶっくす(19) 数値確率解析入門 朝倉書店

[7]成田 清正(2016), 確率解析への誘い—確率微分方程式の基礎と応用— 共立出版