

リー群とリー代数の基礎

田村 健祐

早稲田大学先進理工学部物理学科 3 年

12 月 18 日

1 はじめに

物理では対称性に注目した議論が有用な場合が多い。対称性から保存則を見出したり、逆に何らかの対称性を仮定して理論を構築したりと様々な場面で対称性は活躍する。そのような議論を見通し良く行うためにしばしばリー群という数学が用いられる。また、リー群を調べるためにリー代数が重要となる。

今回の講演では、リー群やリー代数の紹介を行う。物理で重要となる線形リー群を中心に話をしようと思う。

2 講演内容

はじめにリー群の定義を与える。定義の際に必要な群と多様体についても簡単に説明をする。次にリー群の一例である線形リー群の定義を述べる。ここでは線形リー群のリー代数についても述べ、リー群とリー代数の関係性について簡単に触れる。その後線形リー群の具体例として $SO(3)$ と $SU(2)$ を紹介し、それぞれのリー代数を調べる。最後にリー群とリー代数の関係性にかかわる定理をいくつか紹介する。

各々の定義を理解せずとも、「リー群を直接調べる代わりにリー代数を調べる」という流れだけでもつかんでもらいたいと思う。

参考文献

- [1] 窪田高弘：物理のためのリー群とリー代数 (臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ-66, サイエンス社, 2008)
- [2] 佐藤光：群と物理 (丸善出版, 2016)
- [3] 杉浦光夫：リー群論 (共立出版, 2000)

[4] 松島与三：多様体入門 (数学選書 5, 裳華房,1965)