

離散リッチフローの解析

宮本大輔

京都大学理学部理学科

2017年6月18日

1 はじめに

この講演では、リッチフローの応用を説明するよ！

2 講演内容

リッチフローは、多様体上のリーマン計量に関する偏微分方程式である。

多様体とは、球面や浮き輪などの平面や空間を貼り合わせて作られる図形のことをいい、多様体自体は破らない範囲で自由に引き伸ばすことが許される (例えばコーヒーカップと浮き輪は同じ多様体とみなされる)。多様体の上に長さや角度の情報を載せるのがリーマン計量で、例えば浮き輪とコーヒーカップはリーマン計量によって区別することができる。そのリーマン計量を方程式で変化させることにより、多様体の見た目がどのように変わるかを調べるのがリッチフローの解析である。

リッチフローは熱方程式をリーマン計量に移し替えた形をしている。部屋の中で熱い空気と冷たい空気があるとき、それらは十分時間が立つと熱方程式により混じり合い、理想的には部屋は一定の温度になる。同様に多様体も各点で様々な”曲がり方”をしているが、リッチフローで変化させることにより、その曲がり方が一定に出来るのではないかと推察される。実際多様体が二次元の場合は、これは正しい主張である。高次元の場合にはこの主張は成り立たず、代わりに手術付リッチフローを考えることにより、有名なポアンカレ予想をしめすことができる。

さて、リッチフローはポアンカレ予想の他にも、コンピューターによる画像解析に応用される。コンピューターの持てる情報は有限であるから、リッチフローを画像解析に応用するためには、多様体の変わりに多面体を考え、その辺の長さや面の角度に関してリッチフローと対応するような方程式を与える必要がある。今回の講義では、離散化された曲面上のリッチフローに対して、通常のリッチフローと同様に定曲率空間に収束するという定理を紹介

し、その画像解析への応用を解説する予定である。

参考文献

- [1] "Ricci Flow for Shape Analysis and Surface Registration " Wei Zeng,Xianfeng David Gu