

作用素環による量子力学の定式化

大山修平

京都大学理学部理学科3年

2017年6月11日

講演内容

公理的な量子力学において、「状態」は無有限次元 Hilbert 空間の元、「物理量」は H 上の自己共役作用素で表されるとされます。関数解析の一般論から、自己共役作用素に対してはスペクトル測度といわれる作用素値の測度が定まり、これを用いて物理量の確率分布及び期待値を計算することができます。

このように公理的な量子力学では、Hilbert 空間とその上の作用素を考えることで不確定性という量子論の特徴をとらえることができます。

しかし、この定式化ではそもそもここで現れた Hilbert 空間とはなんなのか？(あるいはなぜ Hilbert 空間なのか?)そしてなぜ物理量はその上の作用素とみなされるのか?という疑問には答えてくれません。

今回の講演では、上述の Hilbert 空間形式の量子力学についていくつかの問題点を確認しつつ、作用素環による定式化の基礎となる GNS 構成を行い、これらの問題点がどのように解決されるかを理解していただくことを最低限の目標にして話をします。最後におまけとして、可換 C^* 環に対する Gelfand 表現を数学的な視点と物理的な視点から解釈しようと思います。

用語の定義は適宜行いますが、主に1、2回生程度の物理と数学を仮定します。具体的には、(1) 量子力学の本を読んだことがある (2) 集合と位相の本を読んだことがある (3) 代数の基本的な言葉を知っているくらいで十分です。

キーワード：量子力学/作用素環論/GNS 表現/ゲルファンド表現/ゲルファンド双対性

全体の構成：

- § 1 諸定義
- § 2 Hilbert 空間形式の量子力学とその問題点
- § 3 作用素環形式の量子力学と GNS 構成
- § 4 可換 C^* 環とコンパクトハウスドルフ空間
- § 5 可換 C^* 環と古典論

参考文献

- [1] Gerald J. Murphy “ C^* -algebras and operator theory”
- [2] 小嶋泉『量子場とマイクロ・マクロ双対性』
- [3] 新井朝雄『量子統計力学の数理』
- [4] Ola Bratteli “Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics ”