

12点定理

小泉 淳之介（東京大学教養学部2年）

皆さんは12という数を見て何を想像しますか？12時間や1ダースといった単位の類を思い浮かべる人は多いでしょう。しかし、12はただの平凡な数ではありません。数学には随所に12という数が現れます。解析接続された $\zeta(-1)$ の値（いわゆる「自然数の総和」）は $-\frac{1}{12}$ である、という話は有名です。また最大のフィボナッチ平方数である144は12番目のフィボナッチ数で、 12^2 でもあります。さらに最も単純なモジュラー形式 Δ のweightは12です。代数曲面のEuler標数に関するNoetherの公式の分母には12が現れます。12点定理もそんな現象の1つで、大雑把には「平面上の格子点を結んでできるある種の多角形とその『双対』の周上の格子点の数を足すと必ず12になる」という定理です。今回はその定理を、上にあげた4つの現象のどれかを使って証明したいと思います（どれなのかはお楽しみに！）一緒に12の面白さを味わいましょう。