

# BGG Category $\mathcal{O}$

池田 湧哉（京都大学理学部理学科 4 年）

2018 年 6 月 24 日

有限次元半単純リー環の表現論の出発点として有限次元既約表現の分類があります。有限次元既約表現は integral dominant なウェイトによって分類されるという定理です。では既約表現のより詳細な情報、例えば既約表現の次元や指標を計算するにはどうすればよいでしょうか。

これらを計算する公式として Weyl の指標公式や次元公式がありますが、これらの公式を得る方法として有限次元表現の圏ではなくより広い圏の中で考えるというアイデアがあります。重要な観察として有限次元既約表現は全て Verma 加群と呼ばれる無限次元の最高ウェイト表現の唯一の既約商で得られ、Verma 加群の指標は組み合わせ的に計算できるという事実があるからです。

そこで、(無限次元表現を考える必要があるからと言ってすべての有限生成加群を考えるわけではなく) 最高ウェイト表現をすべて含むようなよい部分圏を考え、これを category  $\mathcal{O}$  と呼びます。この圏は良い性質を持っています。例えば、

- $\mathcal{O}$  のすべての object は Artinian である。
- $\mathcal{O}$  の中心指標による直和分解が存在し、各直和因子となる部分圏はある有限次元代数上の加群の圏として表現できる。

講演では  $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$  を中心にできる限り具体例を挙げながら具体的に category  $\mathcal{O}$  の構造を調べたいと思います。